

Modulprüfung WiSe 2023-2024

Teil 2: Stahl- und Verbundtragwerke

Prüfungszeit 120 Minuten

Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Rutner

Institut für Metall- und Verbundbau

Hamburg, den 29. Februar 2024

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Berechnungsnorm: **DIN EN 1994**

Aufgabe	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1)	75	
2)	45	
Summe	120	
		Note:

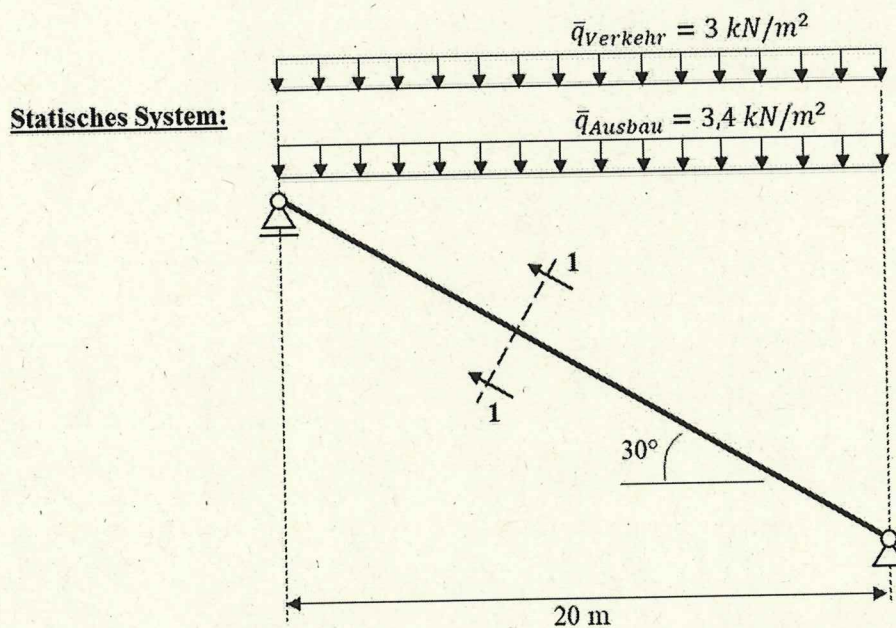
Bearbeitungshinweise:

- Alle Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Lösungen sind so darzustellen, dass der Lösungsweg lückenlos nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel sind zugelassen, jedoch keine elektronischen Geräte außer dem Taschenrechner.
- Das Mitführen von Kommunikationsmitteln ist untersagt.

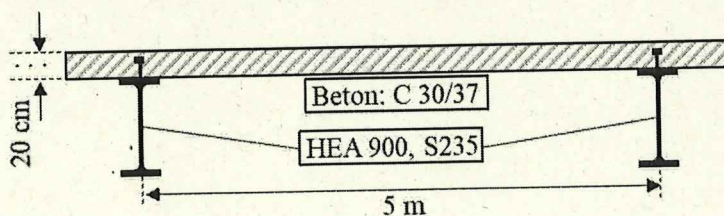
Aufgabe 1 (75 Punkte):

Gegeben ist eine Tribünenkonstruktion, ausgeführt als Einfeldsystem in Verbundbauweise. Die Herstellung erfolgt im Eigengewichtsverbund. Die Stahlträger sind im Bau- und Endzustand seitlich ausreichend gehalten, so dass Biegedrillknicken ausgeschlossen werden kann.

- Führen Sie den Querschnittsnachweis eines Verbundträgers in Feldmitte und an den Auflagern. Gehen Sie dabei von einer Vollverdübelung aus.
- Wählen Sie einen Kopfbolzendübeltyp und legen Sie die Dübelanzahl und -verteilung für eine Vollverdübelung fest. Berücksichtigen Sie dabei, dass die Verdübelung neben ihrer üblichen Funktion hier noch eine zweite Funktion erfüllen muss: Sie muss die Betonplatte gegen Hinabrutschen entlang der geneigten Stahlträger sichern.
- Bestimmen Sie die Trägerdurchbiegung in Feldmitte zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ und legen Sie eine Trägerüberhöhung fest. Der ständige Anteil der Verkehrslast ist mit 50 % anzusetzen.



Schnitt 1-1 (rechtwinklig zur Trägerachse):



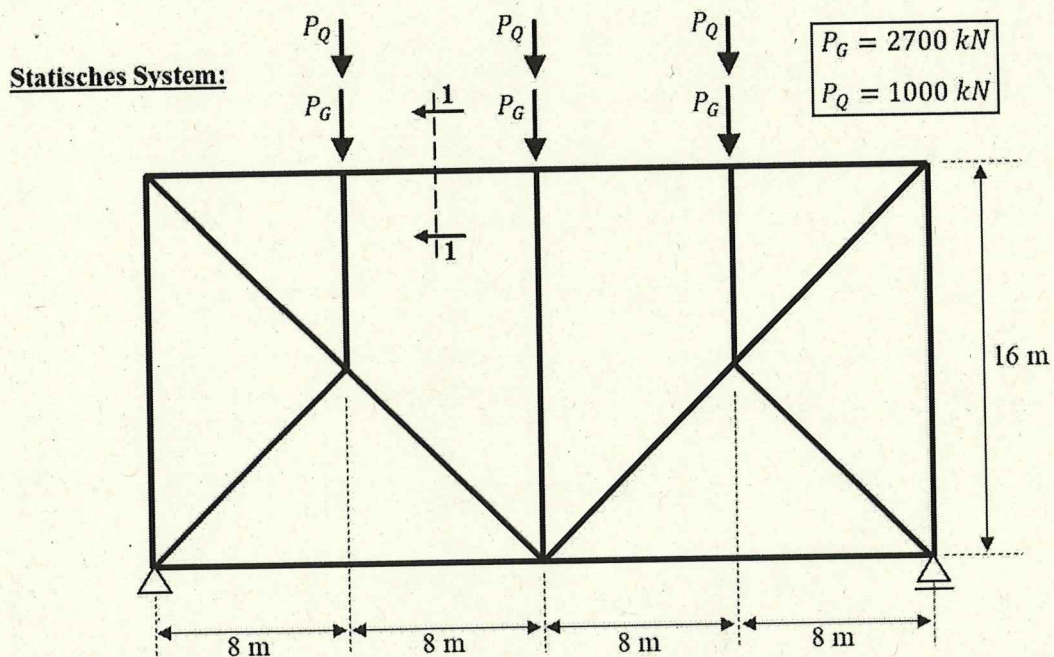
- Betonalter bei Erstbelastung:
 $t_0 = 28$ Tage
- Betonalter bei Austrocknungsbeginn:
 $t_s = 3$ Tage
- Zementart: CEM I 42,5 N
- RH: 50 %

Aufgabe 2 (45 Punkte):

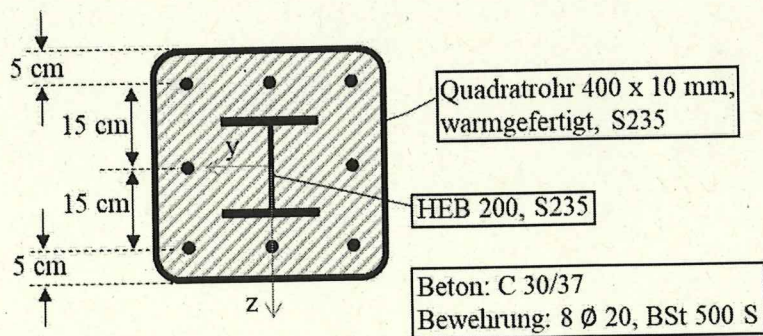
Gegeben ist das unten dargestellte Fachwerk, dessen Obergurt als Verbundquerschnitt (s. Schnitt 1-1) ausgeführt ist. Erstellen Sie das $N - M_y$ Interaktionsdiagramm für diesen Querschnitt und führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis des Obergurtes zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$. Berücksichtigen Sie dabei den Einfluss der Biegung, die im Obergurt unter seinem Eigengewicht entsteht.

Folgende Informationen sind noch zu berücksichtigen:

- Die Eckausrundungen des Quadratrohrs dürfen bei der Berechnung der Betonquerschnittswerte vernachlässigt werden.
- Die Endkriechzahl φ_∞ beträgt 2,0.
- Ein Ausweichen der Fachwerkstäbe und insbesondere des Obergurtes aus der Fachwerkebene heraus ist ausgeschlossen.

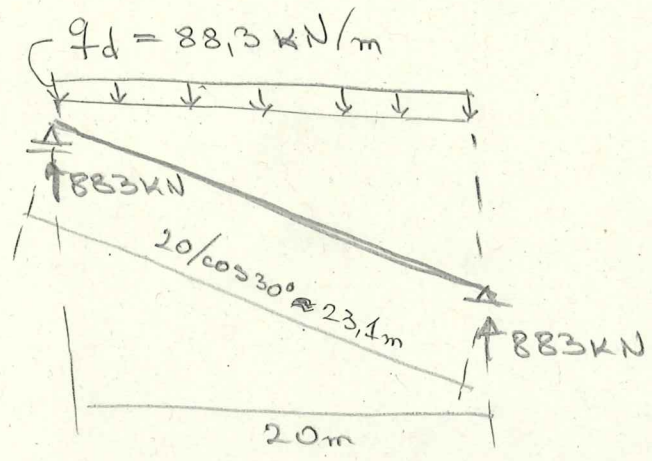


Schnitt 1-1:



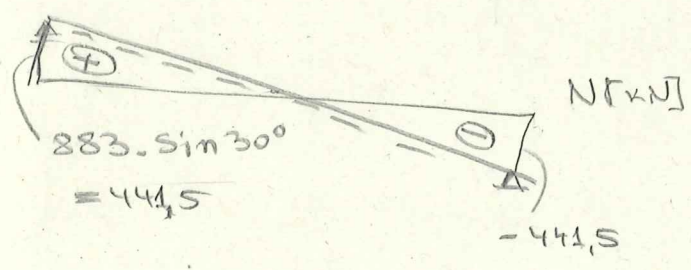
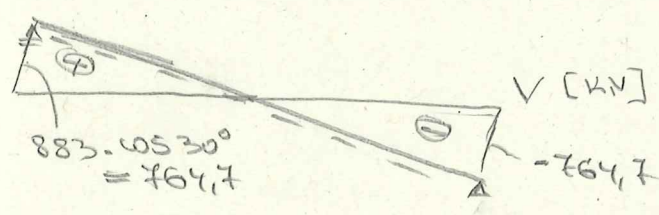
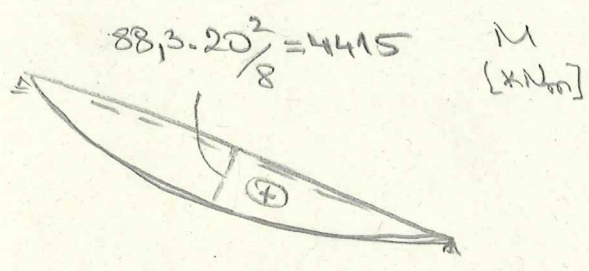
Aufgabe 1: (75P)

a) Bemessungslast pro Träger:

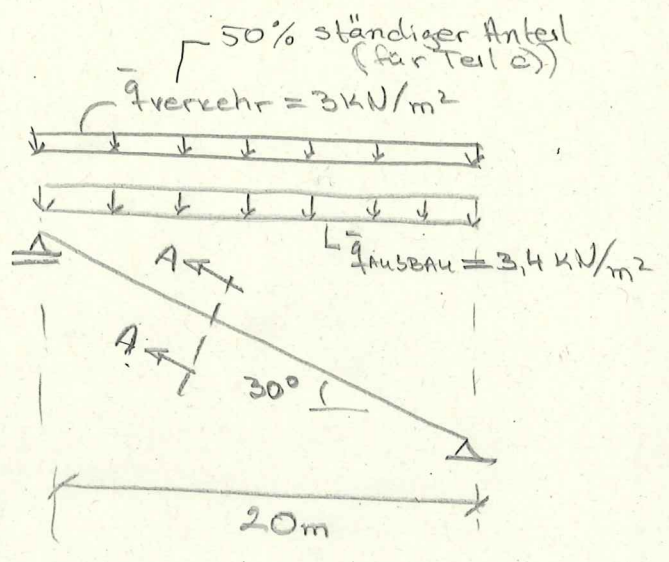


$$q_d = \underbrace{5 \cdot 3 \cdot 1,5}_{\text{Verkehr}} + 1,35 \cdot \left(\underbrace{5 \cdot 3,4}_{\text{Ausbau}} + \underbrace{31,75}_{\text{EG Träger (s.u.)}} \right) = 88,3 \text{ kN/m}$$

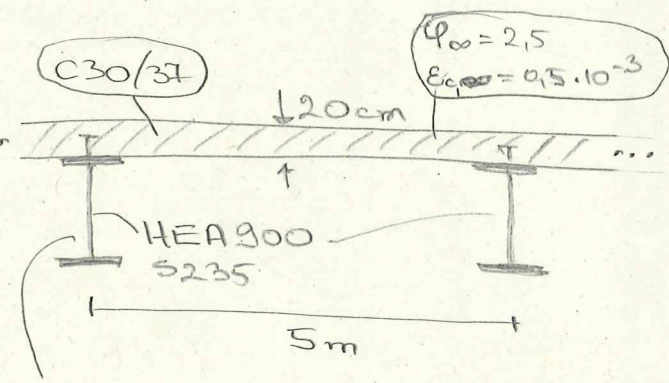
Bemessungsschnittgrößen:



Nachweise auf S. 2...



Schnitt A-A (rechtwinklich zur geneigten Trägerachse):

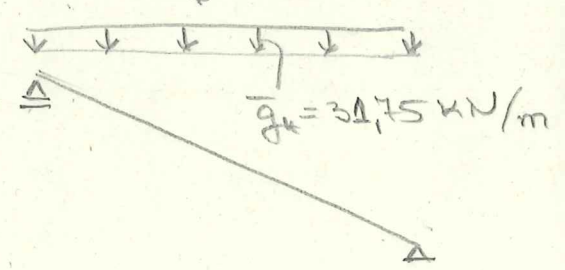
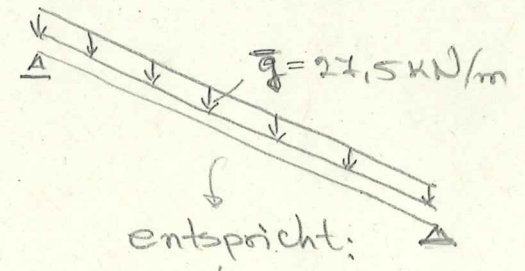


Eigengewicht pro Verbundträger, bezogen auf die eigentliche (schräge) Trägerlänge:

$$\bar{q} = \underbrace{0,25 \cdot 25}_{\text{Beton}} + \underbrace{25}_{\text{HEA 900}} = 27,5 \text{ kN/m}$$

oder: bezogen auf die horizontale Projektion:

$$\bar{q}_H = \bar{q} / \cos 30^\circ = 27,5 / \cos 30^\circ = 31,75 \text{ kN/m}$$



Aufgabe 1:

- Querschnittsnachweis in Feldmitte:

$$M_{Ed} = 4415 \text{ kNm} ; N_{Ed} = V_{Ed} = 0$$

$$b_{eff} = \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{23,4 \text{ m}}{l_e} = 5,775 \text{ m} \\ \underline{5 \text{ m}} - \text{maßgebend.} \end{array} \right.$$

$$N_{pl,a} = 320,5 \cdot 23,5 = 7531,75 \text{ kN}$$

$$N_{pl,c} = 500 \cdot 20 \cdot \frac{3}{1,5} \cdot 0,85 = 17000 > N_{pl,a} \Rightarrow \text{PNA im Beton}$$

$1,7 = l_{ed}$

$$z_{pl} = \frac{N_{pl,a}}{b_{eff} \cdot l_{ed}} = \frac{7531,75}{500 \cdot 1,7} = \underline{\underline{8,9 \text{ cm}}}$$

$$M_{pl,Rd}(\eta=1) = N_{pl,a} \left(h_a/2 + h_c - z_{pl}/2 \right) =$$

$$= 7531,75 \left(89/2 + 20 - 8,9/2 \right) / 100 = 4522,8 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{4415}{4522,8} = 0,98 < 1 \quad \checkmark$$

- Querschnittsnachweis am Auflager:

$$V_{Ed} = 764,7 \text{ kN} ; N_{Ed} = 441,5 \text{ kN} ; M_{Ed} = 0$$

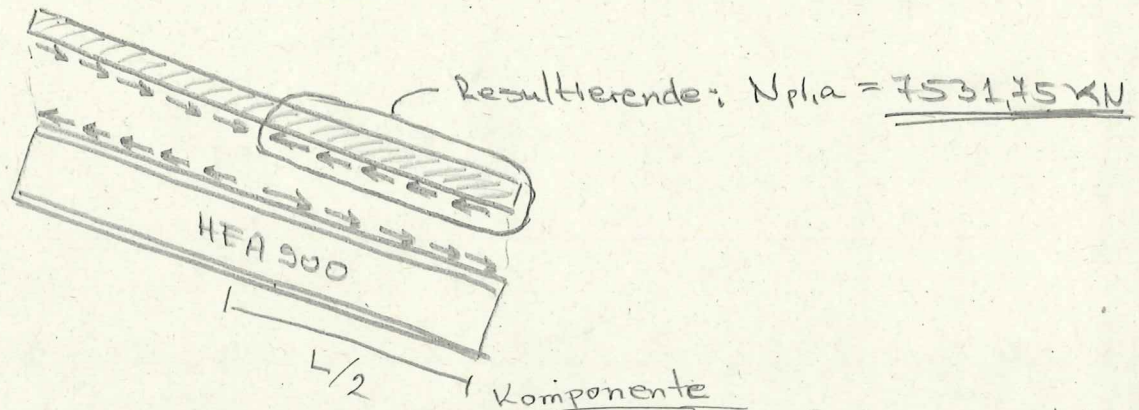
$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} = \frac{764,7}{\frac{163 \cdot 23,5 / \sqrt{3}}{A_{v,z}}} = 0,35 < 0,5 \Rightarrow \text{keine Abminderung der Streckgrenze im Stg}$$

$N_{Ed} = 441,5 \text{ kN}$ ist vom Stahlquerschnitt allein 7531
mit $N_{pl,a} = 7531,75 \text{ kN}$ (s.o.) aufnehmbar \checkmark

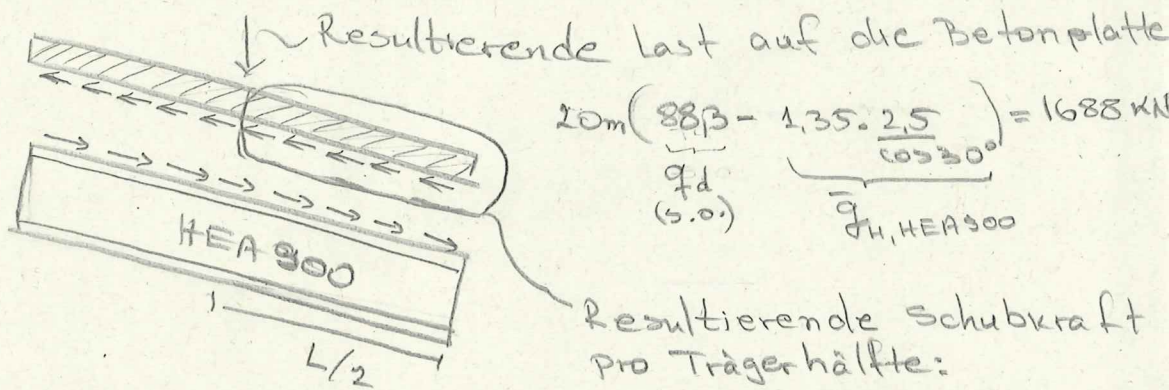
Aufgabe 1:

b) Erforderliche Dübelanzahl für $\eta = 1$

- Schub in der Verbundfuge:
 - aus Querkraft V



- aus der trägerparallelen der Last auf die Betonplatte



$$20 \text{ m} \left(\underbrace{883}_{q_d (s.o.)} - \underbrace{1,35 \cdot \frac{2,5}{\cos 30^\circ}}_{q_{H, HEA 900}} \right) = 1688 \text{ kN}$$

Resultierende Schubkraft pro Trägerhälfte:

$$\frac{1688 \cdot \sin 30^\circ}{2} = \underline{\underline{422 \text{ kN}}}$$

Die rechte Trägerhälfte ist maßgebend, da sich dort die Schubkräfte aus aus den beiden o.g. Effekten addieren:

Gesamt Schubkraft in der maßgebenden rechten Hälfte:

$$7531,75 + 442 = \underline{\underline{7974 \text{ kN}}} \Rightarrow \text{gewählt werden } K_{bd}$$

mit $\phi 25 \text{ mm}$ und $f_t = 500 \text{ MPa}$, mit $P_{rd} = 120 \text{ kN}$
 \Rightarrow erf. n pro Trägerhälfte: $n_{erf} = \frac{7974}{120} = 67$

$$\text{erf } e_L = \frac{23,1/2}{67} = 0,172 \text{ m} \Rightarrow \text{gew. } e_L = 17 \text{ cm} \left\{ \begin{array}{l} > 5d = 5 \cdot 25 = 125 \text{ mm} \checkmark \\ < 800 \text{ mm} \checkmark \\ < 6h_c = 1200 \text{ mm} \checkmark \end{array} \right.$$

äquidistante Anordnung zulässig, da $\frac{M_{pl,a}}{M_{pl,rd}} = \frac{2540}{4522,8} = 1,78 < 2$

Aufgabe 1:

c) Nachweis im GZG:

Relevante Größen:

$$\rightarrow E_{cm} = 3300 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rightarrow \text{Endkriechzahl für } h_0 = h_e = 20 \text{ cm}$$

$$\rho_{\infty}(t_0 = 28 \text{ d}) = \underline{2,5}$$

$$\rightarrow \text{Endschwindmaß für } h_0 = 20 \text{ cm}$$

$$E_{cs, \alpha}(t_s = 3 \text{ d}) = \underline{0,5 \cdot 10^{-3}}$$

• Biegesteifigkeiten EI_p und EI_s :

$$A_a = 320,5 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 422100 \text{ cm}^4$$

$$A_c = 20 \cdot 500 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$I_c = 20^3 \cdot 500 / 12 = 333333 \text{ cm}^4$$

$$a = \frac{89}{2} + \frac{20}{2} = 54,5 \text{ cm}$$

$$E_p = \frac{3300}{1 + 1,1 \cdot 2,5} = 880 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_s = \frac{3300}{1 + 0,55 \cdot 2,5} = 1390 \text{ kN/cm}^2$$

$$EI_s = 10^{-4} \left(21000 \cdot 422100 + \frac{1390}{880} \cdot 333333 + \right.$$

$$\left. + \frac{21000 \cdot 320,5 \cdot \frac{1390}{880} \cdot 10000}{21000 \cdot 320,5 + \frac{1390}{880} \cdot 10000} \cdot 54,5^2 \right)$$

$$= 2,28 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$$

$$2,043 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$$

Aufgabe 1:

• Beanspruchung aus Schwinden:

$$N_{es} = E_{cs} \cdot A_c \cdot \epsilon_s = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10000 \cdot 1390 = 6950 \text{ kN}$$

$$a_{c,s} = \frac{E_a \cdot A_a}{E_a \cdot A_a + E_s \cdot A_c} \cdot a = \frac{21000 \cdot 320,5}{21000 \cdot 320,5 + 1390 \cdot 10000} \cdot 54,5$$

$$= \underline{\underline{17,78 \text{ cm}}}$$

$$N_{cs} = N_{es} \cdot a_{c,s} = \underline{\underline{1236 \text{ kNm}}}$$

• Berechnung der Durchbiegungsanteile:

$$\rightarrow q_{\text{quasi-ständig, H}} =$$

→ 50% ständiger Anteil

$$= \underbrace{5 \cdot 3 \cdot 0,5}_{\text{Verkehr}} + \underbrace{5 \cdot 3,4}_{\text{Ausbau}} + \underbrace{31,75}_{\text{EG Träger}}$$

$$= 56,25 \text{ kN/m}$$

$$M_{\max} = 56,25 \cdot 20^2 / 8 = \underline{\underline{2812,5 \text{ kNm}}}$$

$$f_{\infty} = \frac{23,1 \text{ m}}{2,049 \cdot 10^6} \cdot \frac{5}{12} \cdot 2812,5 \cdot 5,775$$

$$= 0,076 \text{ m} \hat{=} \underline{\underline{7,6 \text{ cm}}}$$

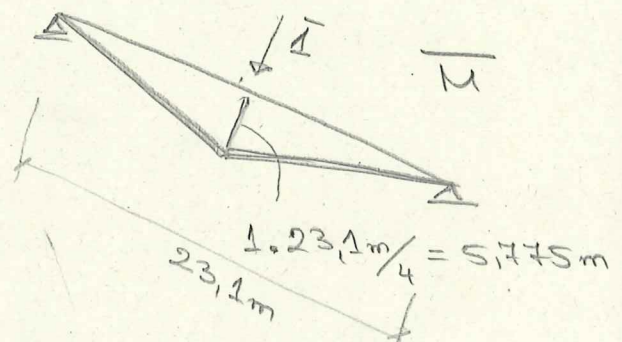
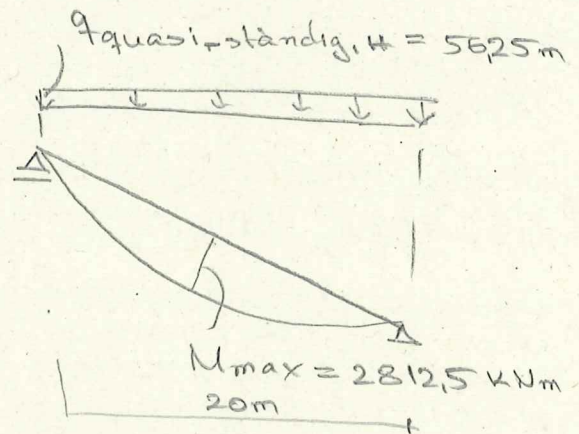
→ aus Schwinden:

$$f_{s,\infty} = \frac{1236 \cdot 23,1^2}{8 \cdot 2,28 \cdot 10^6} = 0,036 \text{ m} \hat{=} \underline{\underline{3,6 \text{ cm}}}$$

$$f_{\text{ges},\infty} = 7,6 + 3,6 = 11,2 \text{ cm}$$

$$\frac{L}{250} = \frac{2310 \text{ cm}}{250} = 9,24 \text{ cm}$$

⇒ gewählte Überhöhung: $f_0 = 5 \text{ cm} > f_{\text{ges},\infty} - \frac{L}{250} = 2 \text{ cm}$



Aufgabe 2: (45P)

• $M_y - N$ Interaktionsdiagramm

- Punkt A: $M_A = 0$
 $A_a = 233,1$

$N_A = N_{pl,Rd} = \frac{23,5}{1,1} (155 + 78,1) + 435 \cdot 8 \cdot \pi$
 $N_{pl,a} = 4980$ $N_{pl,s} = 1093$
 $A_c = 1342$

$+ 0,85 \cdot \frac{3}{1,5} (40^2 - 233,1 - 8\pi) = 8354 \text{ kN}$

$N_{grd} = 2281$

hier dürfte man wegen des geschlossenen Rohrquerschnitts mit 1,0 statt 0,85 rechnen. Der verwendete Faktor 0,85 liegt auf der sicheren Seite.

$\frac{N_{pl,a}}{N_{pl,Rd}} = \frac{4980}{8354} = 0,6$ $\left\{ \begin{array}{l} > 0,2 \checkmark \\ < 0,9 \checkmark \end{array} \right.$

- Punkt D

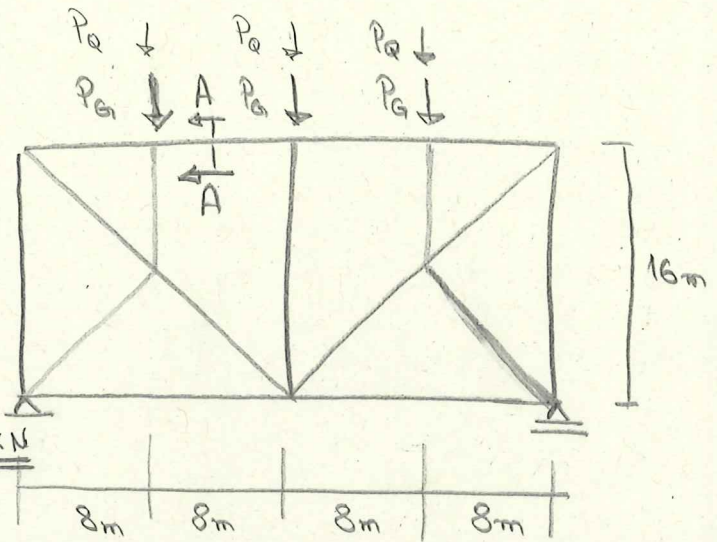
$M_D = M_{max,Rd} =$

$= \left[\frac{23,5}{1,1} \cdot (2260 + 642,5) + 6 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 43,5 \right]$
 $W_{pl,a} = 2902,5$ $W_{pl,s}$

$+ \frac{1,7}{2} \cdot \left(40^3/4 - 2902,5 - 2827 \right) \cdot 10^{-2} =$

$= \frac{620}{N_{pl,a}} + \frac{123}{N_{pl,s}} + \frac{109}{N_{pl,c}} = 852 \text{ kNm}$

$N_D = N_{grd} / 2 = 2281 / 2 = 1140,5 \text{ kN}$



$P_G = 2700 \text{ kN}$
 $P_Q = 1000 \text{ kN}$

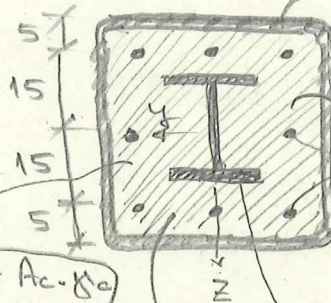
Schnitt A-A:

$A = 155 \text{ cm}^2$
 $I = 39128 \text{ cm}^4$
 $W_{pl} = 2260 \text{ cm}^3$

QRD 400 x 10 S235
 warmgefertigt

230/37

8 Bewehrungsstäbe $\varnothing 20 \text{ mm}$, BSt 500S



Streckenlast auf Profileisen gewicht

$g = A_a \cdot \gamma_a + A_c \cdot \gamma_c$
 $\approx 0,10233 \cdot 78,5 + 0,134 \cdot 25$
 $\approx 5,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$\varphi = 2,0$

HEB 200, S235

$A = 78,4 \text{ cm}^2$
 $I_y = 5700 \text{ cm}^4$
 $W_{pl,y} = 642,5 \text{ cm}^3$

Aufgabe 2:- Punkt B $N_B = 0$

Annahme: Die PNA ist im Steg des HEB Profils und oberhalb der Oberkante der zwei mittleren Bewehrungsstäbe

Bestimmungsgleichung für x_0 :

$$2 \cdot x_0 \cdot t_w \cdot f_{yd} + 2 \cdot \pi \cdot f_{sd} = \frac{N_{e,rd}}{2} - \left[x_0 \cdot \frac{(b - t_w)}{40 - 2,9} - 2 \cdot \frac{\pi}{2} \right] \cdot f_{cd}$$

$$\frac{2 \cdot 1 + 0,9}{1} = 2,9 \text{ cm}$$

$$x_0 = \frac{N_{e,rd}/2 + \pi \cdot f_{cd} - 2\pi \cdot f_{sd}}{2t_w \cdot f_{yd} + (b - t_w) \cdot f_{cd}} = \frac{1140,5 + \pi \cdot 1,7 - 2\pi \cdot 43,5}{2 \cdot 2,9 \cdot 23,5/1,1 - (40 - 2,9) \cdot 1,7}$$

$$= \underline{\underline{4,67 \text{ cm}}} < (20 - 2,15)/2 = 8,5$$

⇒ Annahme für die Lage der PNA war richtig.

$$M_0 = x_0^2 \left[t_w \cdot f_{yd} + (b - t_w) \cdot f_{cd}/2 \right]$$

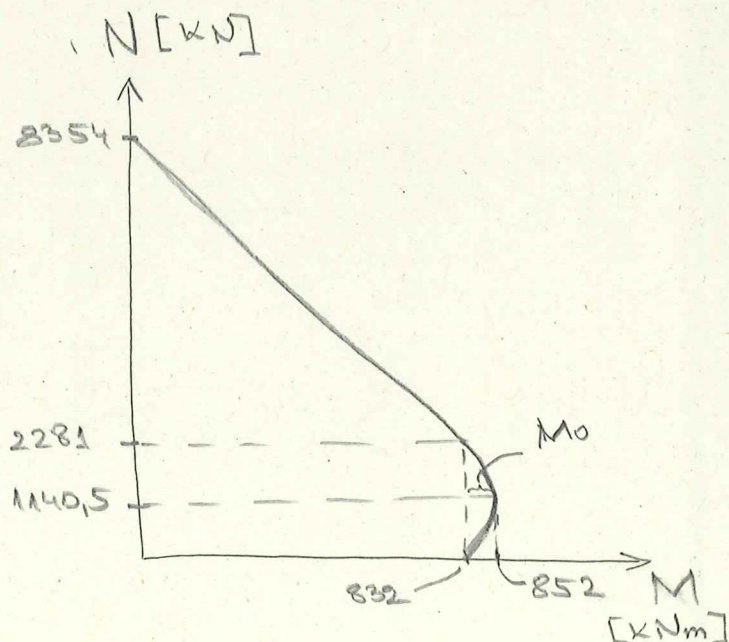
$$= \frac{4,67^2}{100} \left[2,9 \cdot 23,5/1,1 + (40 - 2,9) \cdot 1,7/2 \right] = \underline{\underline{20,4 \text{ kNm}}}$$

$$M_B = M_{pl,rd} = M_D - M_0 = 852 - 20,4 \approx \underline{\underline{832 \text{ kNm}}}$$

- Punkt C

$$N_C = N_{e,rd} = \underline{\underline{2281 \text{ kN}}}$$

$$M_C = M_B = \underline{\underline{832 \text{ kNm}}}$$



Aufgabe 2:

Berechnung der Biegesteifigkeit $EI_{eff,II}$ und $N_{cr,II}$

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \cdot \psi} = 33000 \cdot \frac{1}{1 + \underbrace{0,7 \cdot 2}_{s.u.}} = 1375 \text{ kN/cm}^2$$

$$EI_{eff,II} = 0,9 \left[21000 \underbrace{(5700 + 33128)}_{I_a = 44828} + 20000 \cdot \underbrace{6 \cdot \pi \cdot 15^2}_{I_s = 1350\pi} + 0,5 \cdot 1375 \cdot \left(\frac{40^4}{12} - 44828 - 1350\pi \right) \right] = \underline{\underline{10,25 \cdot 10^8 \text{ kNm}^2}}$$

$$N_{cr,II} = \frac{\pi^2 \cdot EI_{eff,II}}{l_{er}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 10,25 \cdot 10^8}{800^2} = \underline{\underline{15806 \text{ kN}}}$$

Nachweis:

$$P_d = 1,35 \cdot 2700 + 1,5 \cdot 1000 = 5145 \text{ kN} = N_{OG} = N_{Ed} \text{ (Druck)}$$

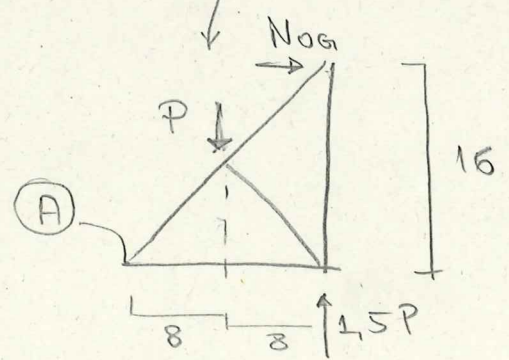
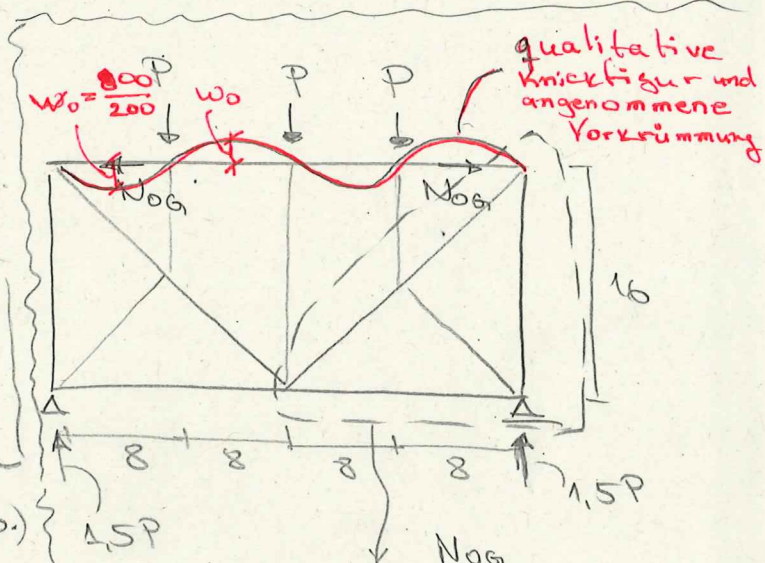
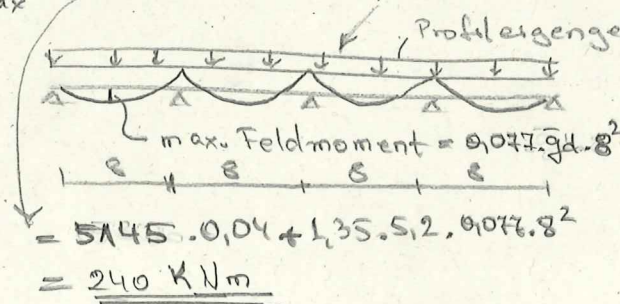
$$\frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} = \frac{1,35 \cdot 2700}{5145} = 0,7$$

- wird oben bei der Berechnung von $E_{c,eff}$ verwendet

Stich der Vorkrümmung: (s.o.)

$$w_0 = \frac{l_{er}}{200} = \frac{800}{200} = 4 \text{ cm}$$

$$M_{Ed,max}^I = N_{Ed} \cdot w_0 + 1,35 \cdot \bar{g} \cdot 0,077 \cdot 8^2 =$$



aus $\sum M_{um(A)}$ folgt:

$$N_{OG} = \frac{1,5P \cdot 16 - P \cdot 8}{16} = P$$

$$M_{Ed,max}^{II} = 240 \frac{1}{1 - \frac{5145}{15806}} = 356 \text{ kNm} < \underbrace{0,9}_{\alpha_m} \cdot \left(1 - \frac{5145 - 2281}{8354 - 2281} \right) \cdot 832 = 335 \text{ kNm} \checkmark$$