

Modulprüfung WiSe 2025-2026

Teil 2: Stahl- und Verbundtragwerke

Prüfungszeit 120 Minuten

Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Rutner

Institut für Metall- und Verbundbau

Hamburg, den 17. Februar 2026

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Berechnungsnorm: **DIN EN 1994**

Aufgabe	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1)	80	
2)	40	
Summe	120	
		Note:

Bearbeitungshinweise:

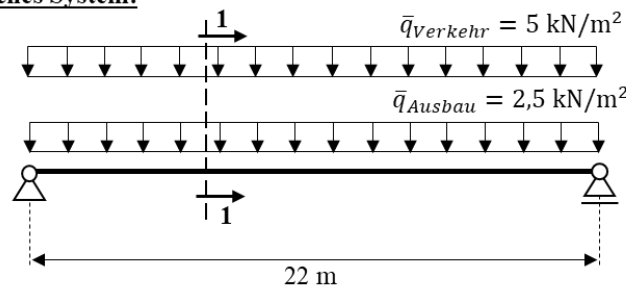
- Alle Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Lösungen sind so darzustellen, dass der Lösungsweg lückenlos nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel sind zugelassen, jedoch keine elektronischen Geräte außer dem Taschenrechner.
- Das Mitführen von Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Aufgabe 1 (80 Punkte):

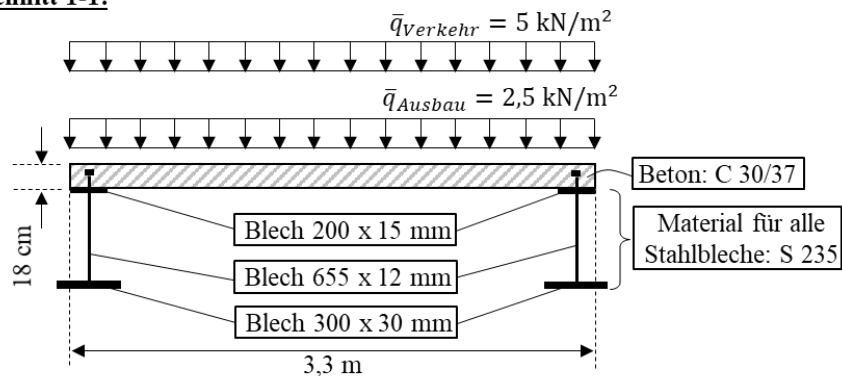
Gegeben ist eine einfeldrige Fußgängerbrücke mit 22 m Spannweite. Die Brücke ist ausgeführt in Verbundbauweise mit einer 3,3 m breiten Betonplatte und zwei Längsträgern mit I-förmigem Schweißprofil. Unterhalb der Brücke verläuft eine viel befahrene Straße, die keine Unterstützung der Stahlträger während des Betonierens erlaubt. Die Stahlträger sind im Bau- und Endzustand seitlich ausreichend gehalten, so dass Biegedrillknicken ausgeschlossen werden kann. Die angegebenen Lastwerte sind charakteristische Werte. Das Systemeigengewicht ist zusätzlich zu berücksichtigen.

- Führen Sie den Querschnittsnachweis in Feldmitte und an den Auflagern. Gehen Sie dabei von einer Vollverdübelung aus.
- Führen Sie den Nachweis der Längsschubtragfähigkeit der Betonplatte und bestimmen Sie die sich daraus ergebende erforderliche Querbewehrung. (Kein Nachweis der Verdübelung gefordert.)
- Bestimmen Sie durch eine linear-elastische Berechnung die Trägerdurchbiegung in Feldmitte zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ infolge charakteristischer ständiger Last, 60 % der Verkehrslast und Schwinden des Betons. Gehen Sie von einer Endkriechzahl $\varphi_\infty = 2,5$ und einem Endschwindmaß $\varepsilon_{cs,\infty} = 0,50 \times 10^{-3}$ aus.
- Wie groß ist die linear-elastisch berechnete Spannung unter der in c) definierten Belastung an der Stahlträgeroberkante? Kommentieren Sie kurz dieses Ergebnis und seine Konsequenz für die in c) durchgeführte Verformungsberechnung.

Statisches System:



Schnitt 1-1:



Aufgabe 2 (40 Punkte):

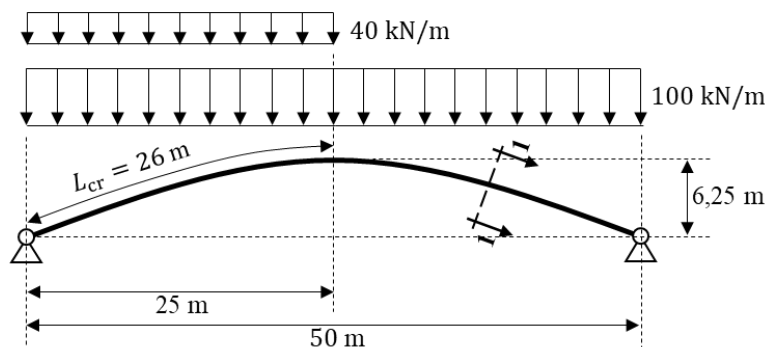
Gegeben ist der unten dargestellte Bogen mit doppelsymmetrischem Verbundquerschnitt. Dieser Bogen und ein parallel verlaufender identischer Bogen bilden das Tragsystem einer Brücke, deren auf die Bögen aufgestellte Fahrbahn hier nicht dargestellt ist. Die gegebene Belastung stammt aus dieser Fahrbahn und gilt für einen Bogen. Die Bogenform wird durch eine quadratische Parabel mit Scheitelpunkt in der Mitte beschrieben; damit entspricht diese Form der Stützlinie für eine gleichmäßig über die gesamte Länge verteilte Streckenlast.

Erstellen Sie das $N - M_y$ Interaktionsdiagramm für den Verbundquerschnitt und führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis des Bogens für den Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$.

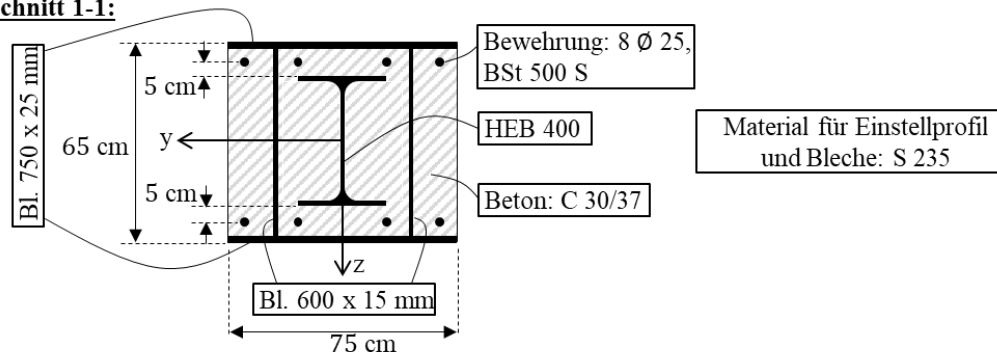
Hinweise:

- Die gegebenen Lastwerte sind Bemessungswerte und enthalten alle zu berücksichtigenden Lastanteile. Auch der Effekt einer Vorkrümmung des Bogens ist durch die einseitig wirkende Streckenlast von 40 kN/m abgedeckt, so dass eine solche Vorkrümmung nicht extra angesetzt werden muss.
- Verformungen des Bogens aus der Zeichenebene heraus sind ausgeschlossen.
- Die Knicklänge des Bogens für Knicken in der Bogenebene entspricht der halben Bogenlänge, hier 26 m (s. Skizze).
- Der ständige Anteil der im Bogen entstehenden Normalkraft unter der gegebenen Belastung beträgt 80 %.
- Die Endkriechzahl φ_∞ beträgt 1,8.
- Für die Berechnung der Schnittgrößen im Bogen ist es sinnvoll die einseitig wirkende Streckenlast in einen symmetrischen und einen antimetrischen Anteil zu zerlegen.

Statisches System:



Schnitt 1-1:



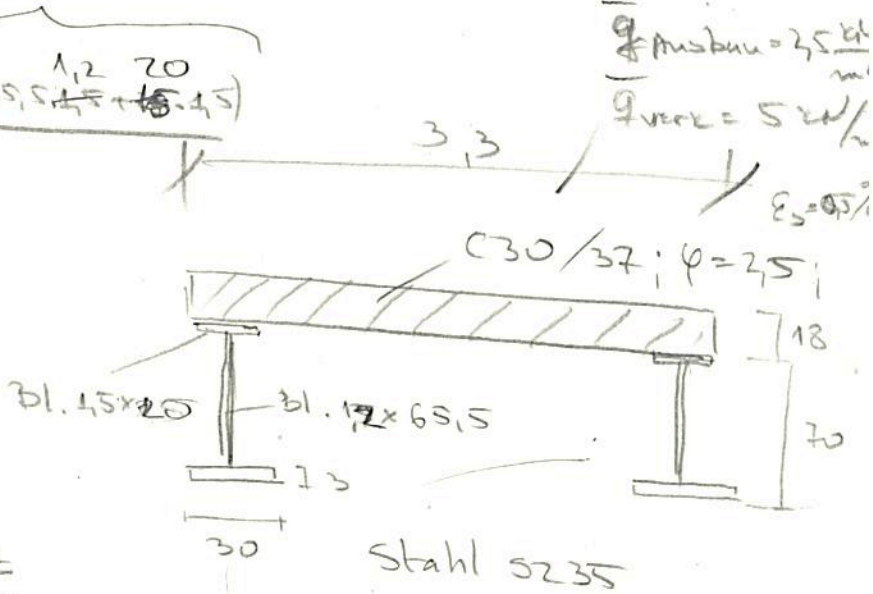
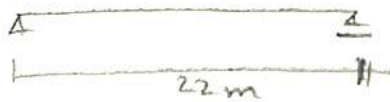
Aufg. 1

$A_a = 158,6 \text{ cm}^2$

$$z_{pl} = \frac{N_{pl,a}}{\text{biff. fad}} = \frac{23,5 \cdot (3,30 + 65,5 \cdot \frac{1,2}{15} + 15 \cdot 1,5)}{165 \cdot 1,7}$$

$$= \frac{4667}{165 \cdot 1,7} = 16,6 \text{ cm} < 18$$

⇒ PNA im Beton ✓



$$M_{pl} = 4667 \cdot \frac{(44,7 + 18 - 16,6/2)}{100} = 2539 \text{ kNm}$$

$$M_{ed} = 30,1 \cdot 22^2 / 8 = 1824 \text{ kNm} < 2539 \text{ kNm}$$

$$V_{max} = 30,1 \cdot 22 / 2 = 331,1 < 4 \cdot 65,5 \cdot 23,5 / \sqrt{3} = 1066 \text{ kN}$$

Lasten (pro Träger)

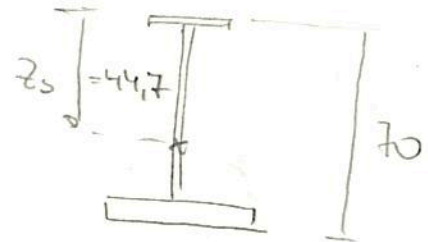
pro Träger

$$E_G = 9,18 \cdot 165 \cdot 2,5 + 158,6 \cdot 10^{-4} \cdot 78,5 = 9 \text{ kN/m}$$

$$Ausbau = 165 \cdot 2,5 = 4,13 \text{ kN/m}$$

$$Verkehr = 165 \cdot 5 = 8,25 \text{ kN/m}$$

$$q_d = 1,35(9 + 4,13) + 1,5 \cdot 8,25 = 30,1 \text{ kN/m}$$



$$z_s = \left[20 \cdot 45 \cdot \frac{45}{2} + 4 \cdot 65,5 \cdot \left(45 + 65,5 \cdot \frac{1}{2} \right) + 30 \cdot 3 \cdot (70 - 15) \right] / 158,6 = 44,7 \text{ cm}$$

$$E_{cm} = 3300; A_c = 165 \cdot 18 = 2970; I_c = \frac{165 \cdot 18^3}{12} = 80190$$

$$A_a = 158,6; I_a = 145086; a = 44,7 + 9 = 53,7$$

$$EI_o = 10^{-4} \left[21000 \cdot 145086 + 3300 \cdot 80190 + \frac{21000 \cdot 158,6 \cdot 3300 \cdot 2970}{880} + \frac{21000 \cdot 158,6 + 3300 \cdot 2970}{880} \cdot 1389 \cdot 53,7^2 \right]$$

EI_p

EI_s

$$E_{cm} = E_o = 3300$$

$$E_p = \frac{3300}{1 + 1,1 \cdot 4,5} = 880$$

$$E_s = \frac{3300}{1 + 955 \cdot 2,5} = 1389$$

$$EI_o = 1,175 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$$

$$EI_p = 775 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$$

$$EI_s = 9,139 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$$

$$I_y = 20 \cdot 45 \cdot \left(44,5 - \frac{15}{2} \right)^2 + 3 \cdot 30 \cdot (70 - 44,7 - 15)^2 + \frac{65,5^3 \cdot 42}{12} + 65,5 \cdot 42 \cdot \left(44,7 - 15 - \frac{65,5}{2} \right)^2$$

$$= 145.086 \text{ cm}^4 \quad \checkmark \text{ checked mit REXEN}$$

$$EI_{stahl} = 21000 \cdot 145086 \cdot 10^{-4} = 3,047 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$$

9. ET-greif. bei L=25m, 0,6 Verkehr als Masse

$$f = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI_0}{mL^4}} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{4,175 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{(300 + 413 + 825 \cdot 0,6) \cdot 25^4}} = \underline{2,03 \text{ Hz}}$$

bei L=22m, 0% Verk.
L=25 0% Verk

$$f = \underline{3,07 \text{ Hz}}$$

Nicht Teil der Aufgabe!

10. Verformungsanteile:

- unter EG Frischbeton

$$f_{EG, \text{Beton}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{\text{Bauzust.}} \cdot L^4}{EI_{\text{Stahl}}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{9,0 \cdot 22^4}{3,047 \cdot 10^5} = \underline{0,09 \text{ m}}$$

$$q_{\text{Bauzust.}} = 9 \text{ kN/m (s.o.)}$$

- unter Ausbau- und 60% Verkehrslast für t → ∞:

$$f_{\text{Ausbau} + 60\% \text{ Verkehr, } \infty} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(4,13 + 0,6 \cdot 8,25) \cdot 22^4}{\underbrace{475 \cdot 10^5}_{EI_p}} = \underline{0,036 \text{ m}}$$

- aus Schwinden:

$$N_{cs} = E_{cs} \cdot A_c \cdot \epsilon_s = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2570 \cdot 1389 = \underline{2063 \text{ kN}}$$

$$a_{cs} = \frac{E_s A_a}{E_a A_c + E_s A_c} \cdot a = \frac{21000 \cdot 158,6}{21000 \cdot 138,6 + 1389 \cdot 2570} \cdot 53,7 = \underline{27 \text{ cm}}$$

für später → a_{cp} 33 cm

$$M_{cs} = N_{cs} \cdot a_{cs} = \underline{557 \text{ kNm}}$$

$$\Rightarrow f_s^{\infty} = \frac{M_{cs} \cdot L^2}{8 \cdot EI_s} = \frac{557 \cdot 22^2}{8 \cdot 5,139 \cdot 10^5} = \underline{0,037 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow f_{\text{ges}} = 0,09 \text{ m} + 0,036 \text{ m} + 0,037 \text{ m} = \underline{0,163 \text{ m}}$$

Spannungsberechnung

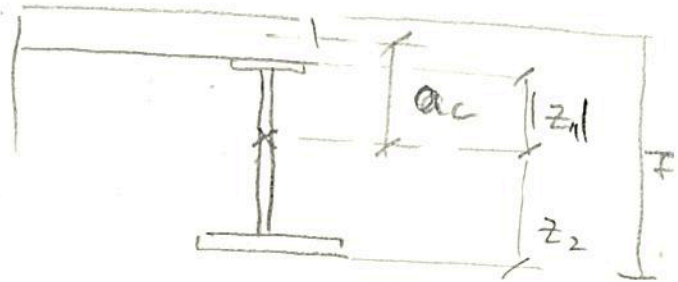
~~40~~

$$|z_{1s}| = a_{cs} - \frac{h_c}{2} = 27\text{cm} - \frac{18}{2} = \underline{18\text{cm}}$$

$$z_{2s} = 70\text{cm} - \frac{18}{2} = \underline{52\text{cm}}$$

$$z_{1p} = a_{cp} - \frac{h_c}{2} = 33 - 9 = 24\text{cm}$$

$$z_{2p} = 70\text{cm} - \frac{24}{2} = \underline{46\text{cm}}$$



$$(4,13 + 0,6 \cdot 8,25) \cdot \frac{22^2}{8} = 549,3 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{1, \text{Ausbau} + 60\% \text{ verz. } \sigma} = E_p \frac{M}{EI_p} \cdot z_{1p} = 21000 \cdot \frac{549,3 \cdot 10^2}{7,75 \cdot 10^9} \cdot (-24) = -3,58 = \underline{-0,15 \text{ kN/cm}^2}$$

$$\sigma_{1, \text{schw. } \sigma} = E_s \frac{M_s}{EI_s} z_{1s} + E_s \frac{N_s}{EA_s} + \frac{IN_s}{A_c}$$

$$E_s A_s + E_s A_c = 21000 \cdot 158,6 + 1389 \cdot 2970 = 8,296 \cdot 10^6 \text{ kN}$$

$$= 1389 \frac{557 \cdot 10^2}{9,139 \cdot 10^9} \cdot (-18) + 1389 \frac{-2063}{8,298 \cdot 10^6} + \frac{2063}{2970} = +0,198 \text{ kN/cm}^2$$

$-0,152$ $-0,345$ $0,695$ -752
 -23 -922 0

$$\sigma_{1, \text{Bauzust}} = \frac{(5 \cdot 22^2 / 8) \cdot 100 \cdot (47)}{145086} = -1764$$

$$\sigma_{1, \text{ges. } \sigma} = -0,15 + 0,198 = \underline{0,048 \text{ kN/cm}^2}$$

$$\sigma_{2, \text{Bauzust}} = \frac{(9 \cdot 22^2 / 8) \cdot 100}{145086} \cdot (70 - 44,7) = 9,49 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{2, \text{ges. } \sigma} = \frac{28,74}{145086} = 1764 + 358 + 752$$

$$\sigma_{2, \text{Ausbau} + 60\% \text{ verz. } \sigma} = E_a \frac{M}{EI_p} z_{2p} = 21000 \cdot \frac{549,3 \cdot 10^2}{7,75 \cdot 10^9} \cdot 46 = \underline{6,85 \text{ kN/cm}^2}$$

$$\sigma_{2, \text{schw. } \sigma} = E_a \frac{M_s}{EI_s} z_{2s} + E_a \frac{N_s}{EA_s} = 21000 \cdot \frac{557 \cdot 10^2}{9,139 \cdot 10^9} \cdot 52 + 21000 \cdot \frac{-2063}{8,298 \cdot 10^6} = 435665 - 5122$$

$$\sigma_{2, \text{ges. } \sigma} = 9,49 + 6,85 + 11,43 = \underline{17,77 \text{ kN/cm}^2}$$

Nicht

Schubnachweis der Betonplatte:

Schnitt b-b
Druckstrebe

$$V_{L,Ed} = \frac{N_{pl,a}}{L/2} = \frac{4667}{2200/2} = 4,24 \frac{kN}{cm}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1/2 \cdot f_{cd} \cdot d_c}{\tan \theta + \cot \theta} = \frac{\overset{\lambda_c \text{ (gegeben)}}{13,5} \cdot 17 \cdot 0,75}{1/1,2 + 1,2} = \underline{\underline{8,47 \frac{kN}{cm}}} > V_{L,Ed} \checkmark$$

Zugstrebe:

$$\underline{\underline{b-b}} \quad A_{f,u} = \frac{V_{L,Ed}}{f_{cd}} = \frac{\overset{V_{Rd,max}}{4,24} \cdot \tan \theta}{f_{cd}} = \frac{4,24 \cdot (1/1,2)}{43,5} \cdot 10^2 = \underline{\underline{8,13 \frac{cm^2}{m}}} \text{ maßg.}$$

a-a

$$A_{f,u} + A_{f,o} = 8,13 \frac{cm^2}{m} \rightarrow \text{abgedeckt durch Bemessung im Schnitt b-b.}$$
$$\Rightarrow A_{f,o} = 8,13/2 = \underline{\underline{4,1 \frac{cm^2}{m}}}$$

WS 25/26

-1-

Aufg. 2

M_y-N-Diagramm

Part A: $M_A = 0$

$$N_A = N_{pl,rd} = A_a = 753$$

$$= \frac{198 + 2 \cdot (25 \cdot 75 + 45 \cdot 60)}{1,1} \cdot 23,5 +$$

$$N_{pl,a} = 16086,8 \text{ kN}$$

$$A_a = 39,3$$

$$A_c = 4082,7$$

$$+ \frac{8 \cdot \pi \cdot 25^2}{4} \cdot 43,5 + 1,7 \cdot (65 \cdot 75 - 753 - 39,3) = 247351,6 \text{ kN}$$

$$N_{pl,s} = 1708,2$$

$$N_{c,rd} = 6540,6$$

$$N_{pl,a} / N_{pl,rd} = 0,65 \left\{ \begin{array}{l} > 0,2 \checkmark \\ < 0,9 \checkmark \end{array} \right.$$

Part D:

$$N_D = N_{c,rd} / 2 = 3270,3 \text{ kN}$$

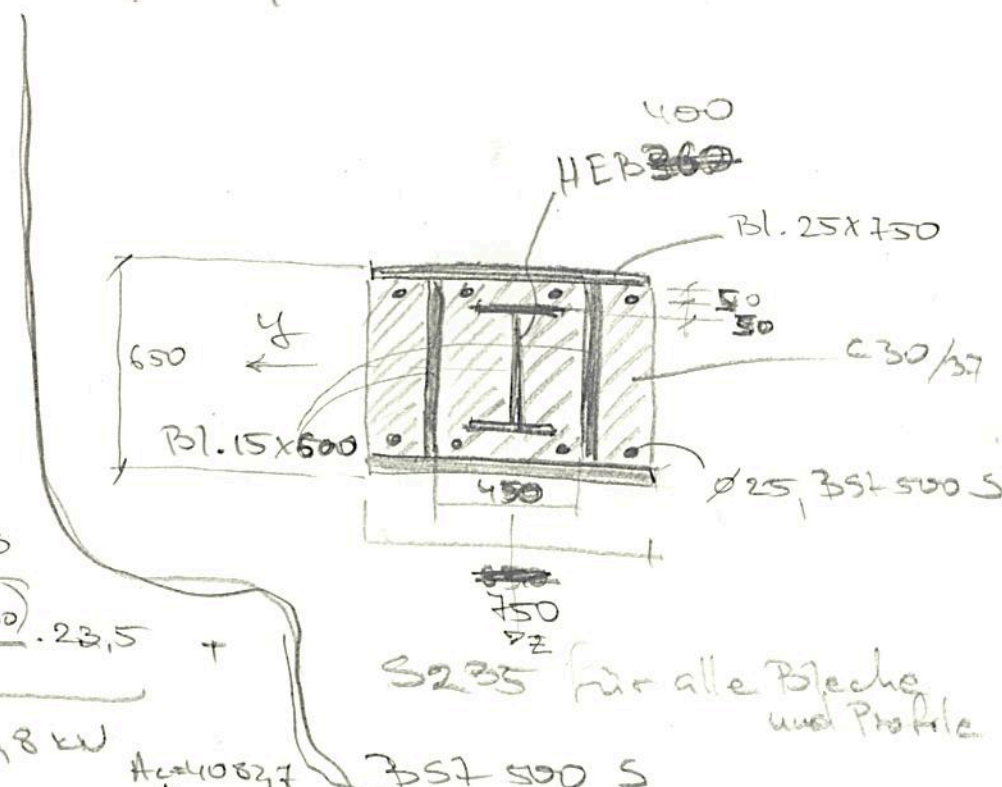
$$M_D = M_{pl,a} + M_{pl,s} + M_{pl,c}$$

$$= \left[\frac{23,5}{1,1} \cdot (3232 + 2 \cdot \frac{45 \cdot 60^2}{4} + 2 \cdot 25 \cdot 75 \cdot 31,25) + 43,5 \cdot \frac{8 \cdot \pi \cdot 25^2 \cdot 25}{4} \right]$$

$W_{pl,a} = 17650,75 \text{ cm}^3$ $W_{pl,s} = 984,75$

$$+ \frac{1,7}{2} \cdot \left(\frac{65^2 \cdot 75}{4} - 17650,75 - 984,75 \right) \cdot 10^{-2} = 4712,9 \text{ kNm}$$

$W_{pl,c} = 60586,25$



Aufg. 2

Punkt B:

$$N_B = 0$$

$$x_0 = \frac{N_{\text{red}}/2}{2t_w \cdot f_{yd} + (b_c - t_w) \cdot f_{cd}} = \frac{3470,3}{2 \cdot 4,35 \cdot \frac{23,5}{1,1} + (75 - 4,35) \cdot 4,7}$$

mit $t_w = \frac{4,35}{2} + 2 \cdot 1,5 = 4,35$
 $t_w, \text{HEB400}$

$$= 11,3 \text{ cm} < \frac{40 - 2 \cdot 2,4}{2} = 17,6 \text{ cm}$$

⇒ PNA im Steg des HEB ✓

$$M_0 = x_0^2 \cdot t_w \cdot f_{yd} + x_0^2 \cdot (b_c - t_w) \cdot f_{cd} / 2$$

$$= \left[11,3^2 \cdot 4,35 \cdot \frac{23,5}{1,1} + 11,3^2 \cdot (75 - 4,35) \cdot \frac{4,7}{2} \right] / 100 = 195,3 \text{ kNm}$$

$$M_B = M_D - M_0 = 4712,9 - 195,3 = 4517,6 \text{ kNm}$$

Pkt. c

$$M_c = M_B = 4517,6 \text{ kNm}$$

$$N_c = N_{\text{red}} = 6940,6 \text{ kN}$$

• Projektertragzeit: $E_{cm} = 33000$; $\psi_{00} = 1,8$ - gegeben

$$E_{c, \text{eff}} = 33000 \cdot \frac{1}{1 + 0,8 \cdot 1,8} = 1352 \text{ kN/cm}^2$$

$$N_{\text{GEd}}/N_{\text{Ed}} = 0,8$$

$$(EI)_{\text{eff}, I, II} = 0,9 (E_a I_a + E_s I_s + 0,5 E_{c, \text{eff}} I_c)$$

$$= 0,9 \left[21000 \cdot \left(57680 + 2 \cdot 15 \cdot \frac{60^3}{12} + 2 \cdot 25 \cdot 75 \cdot 3425^2 \right) + 20000 \cdot \frac{8 \cdot \pi \cdot 25^2 \cdot 25^2}{4} \right] + 1352 \left[\frac{65^3 \cdot 75}{12} - 502434,6 \right] = 1,02 \cdot 10^{10} \text{ kNm}^2$$

$I_a = 477890,8$ $I_s = 24543,7$

$L_c = 24,565 \text{ m}$
 $N_{\text{cr}, y} = 16152 \text{ kN}$

Aufg. 2

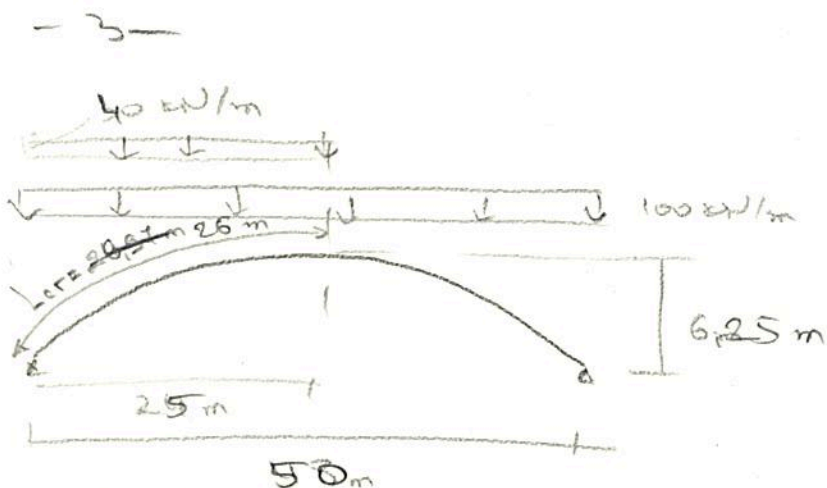
$N = 6354 \text{ kN}$ (an der stelle von N_{max})

$M_{\text{max}}^I = 15625 \text{ kNm}$

$N_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 (EI)_{\text{eff}}}{L_{\text{cr}}}$

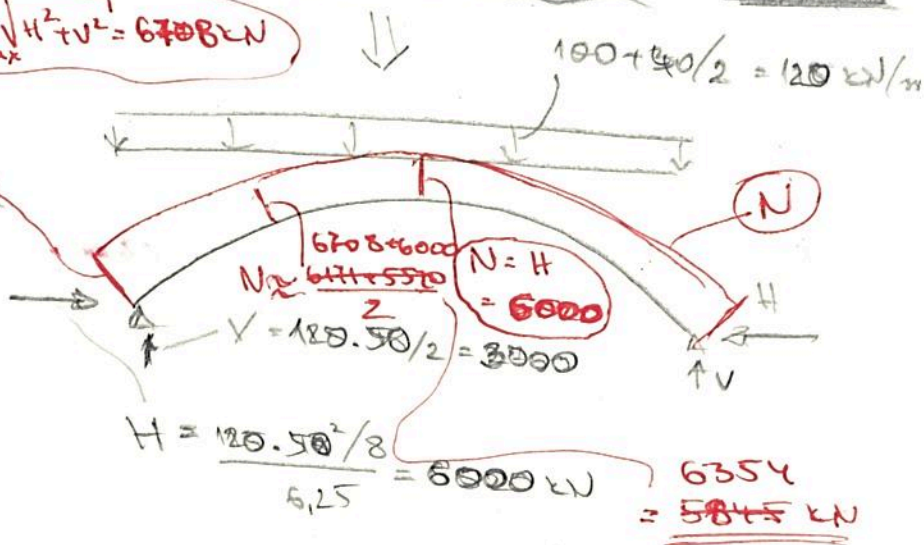
$= \frac{\pi^2 \cdot 1,02 \cdot 10^{10}}{2600} = 14852 \text{ kN}$

$M_{\text{max}}^II = 2725 \text{ kNm}$

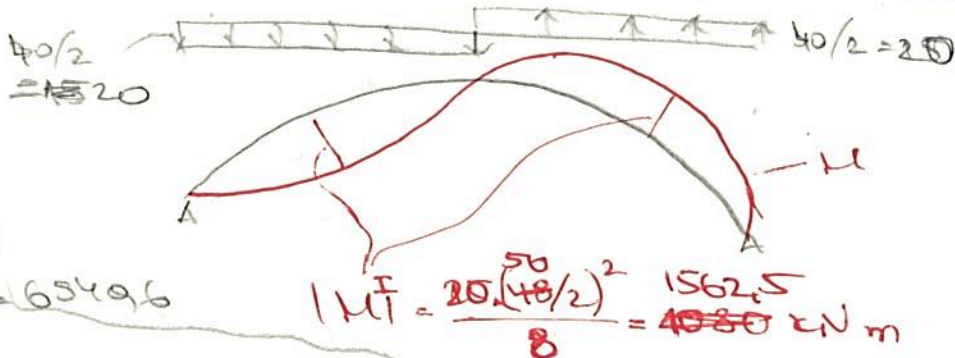


symmetrischer Belastungsanteil \rightarrow nur N

$N_{\text{max}} = \sqrt{H^2 + V^2} = 6708 \text{ kN}$



antisymmetrischer Belastungsanteil \rightarrow nur M



$N_{\text{Ed}} = 6354 \text{ kN} < N_{\text{pl,rd}} = 6549,6$

$M_{\text{pl,rd}} = 45176 \text{ kNm}$

~~$\frac{N_{\text{Ed}} - N_{\text{cr,Ed}}}{N_{\text{pl,rd}} - N_{\text{cr,Ed}}} = \frac{6354 - 14852}{45176 - 14852} = 0,27 < 1$~~

Nachweis: $\frac{M_{\text{II,max}}}{\chi_{\text{m}} \cdot M_{\text{pl,rd}}} = \frac{2725}{0,8 \cdot 45176} = 0,67 < 1 \checkmark$

$N_{\text{max}} = 6708 \text{ kN}$ (Am Aufl.) $< N_{\text{pl,rd}} = 6549,6 \text{ kN} \checkmark$

$M_{\text{zugehörig}} = 0$