TUHH

Technische Universität Hamburg

Prüfung SoSe 2024

Spezialthemen des Stahlbaus

Prüfungszeit 120 Minuten

Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Rutner

Institut für Metall- und Verbundbau

Hamburg, den 25. Juli 2024

Name: ____________________________________

Vorname: ____________________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Berechnungsnorm: **DIN EN 1993**

Aufgabe	**Maximale Punktzahl**	**Erreichte Punktzahl**
1)	**40**	
2)	**40**	
3)	**40**	
Summe	**120**	
		Note:

Bearbeitungshinweise:

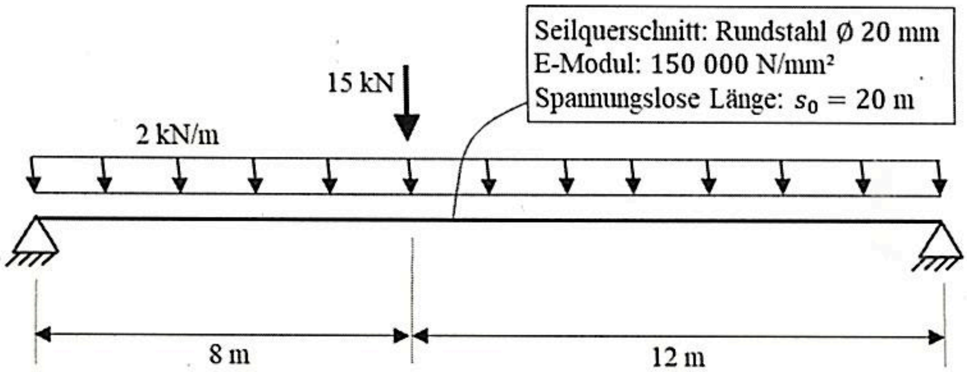
- Alle Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Lösungen sind so darzustellen, dass der Lösungsweg lückenlos nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel sind zugelassen, jedoch keine elektronischen Geräte außer dem Taschenrechner.
- Das Mitführen von Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Aufgabe 1 (40 P):

Gegeben ist das unten dargestellte horizontal gespannte Seil unter einer kombinierten Belastung aus Gleichstreckenlast und einer Einzellast. Alle Angaben zu den Lasten und den Seileigenschaften sind der Skizze zu entnehmen.

a) Berechnen Sie unter Verwendung der Näherungsform der Seilgleichung die horizontale Seilkraftkomponente H, die maximale Seilkraft $S_{\max}$ und die Durchbiegung y im Angriffspunkt der Einzellast.
b) In einem alternativen Entwurf wird das rechte Auflager so ausgelegt, dass es unter einer Horizontalkraft von $H = 150$ kN ins Fließen kommt; bis zum Erreichen dieser Kraft bleibt das Auflager horizontal fest. Wie groß wird in diesem Fall die Durchbiegung y im Angriffspunkt der Einzellast? Um welche Strecke Δl und in welche Richtung wird sich das rechte Seilende infolge des Fließens am dortigen Auflager bewegen? Für die Berechnung hier dürfen Sie annehmen, dass $\int_0^{l+\Delta l} Q^2 dx \approx \int_0^l Q^2 dx$.

<u>System und Belastung:</u>



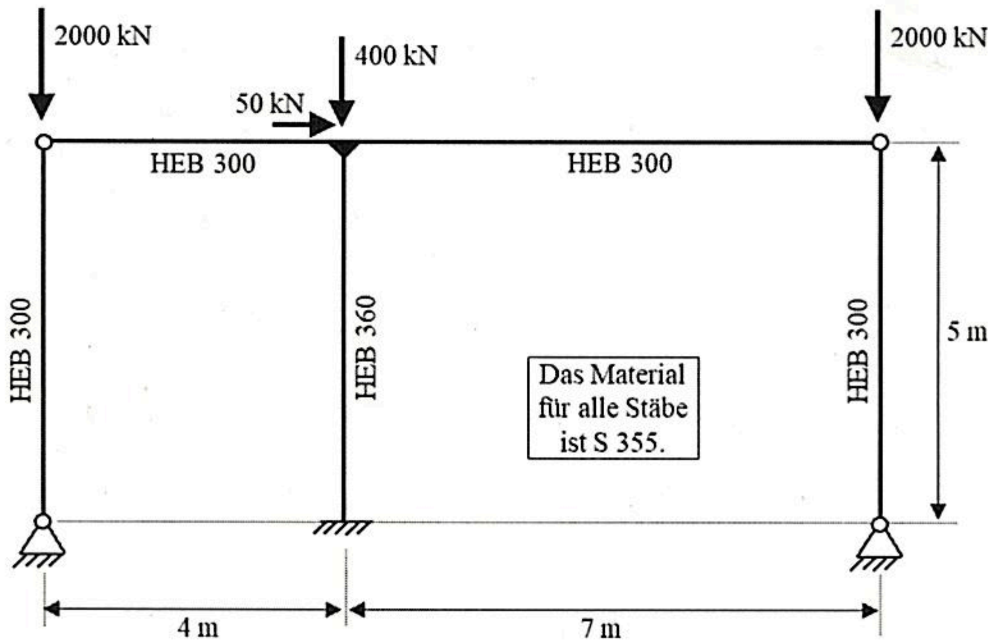
Aufgabe 2 (40 P):

Gegeben ist das unten dargestellte statische System, bestehend aus einer fest eingespannten Mittelstütze, zwei Pendelstützen und einem horizontalen Riegel, der über die Mittelstütze durchläuft und mit dieser biegesteif verbunden ist. Alle Profile sind so orientiert, dass sie unter der gegebenen Belastung in der Rahmenebene um ihre starken Achsen gebogen werden. Ein Versagen aus der Systemebene heraus und ein vorzeitiges Knickversagen der Pendelstützen können ausgeschlossen werden. Der Einfluss der Normal- und Querkraft auf das aufnehmbare Moment M_y kann bei den Berechnungen vernachlässigt werden.

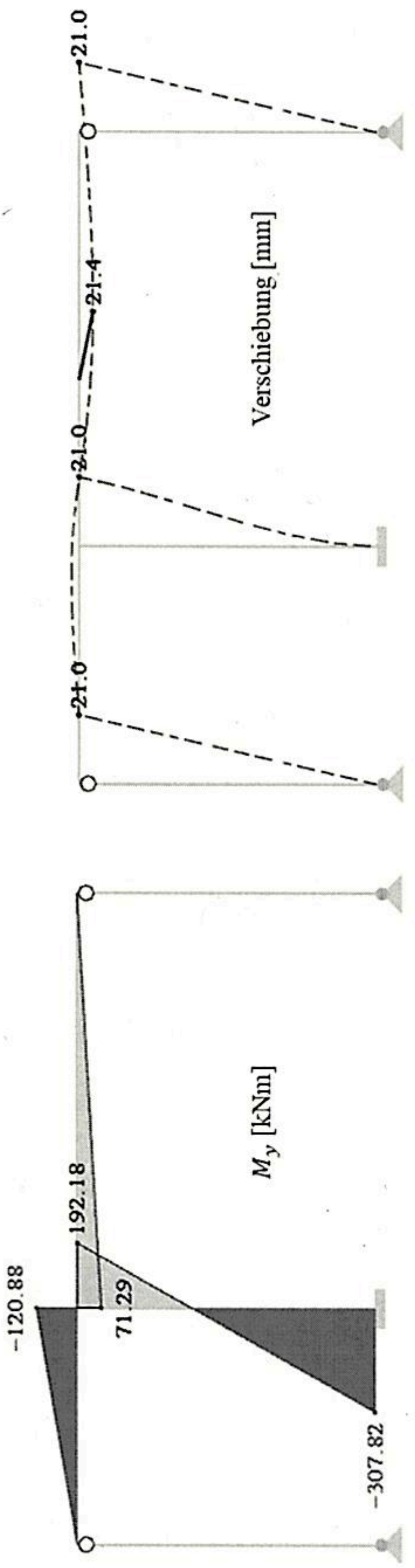
a) Zeigen Sie, dass das 1. plastische Gelenk an der Einspannstelle der Mittelstütze entsteht.
b) Berechnen Sie unter Anwendung der „hinge-by-hinge“ Methode und Berücksichtigung der Effekte nach Theorie 2. Ordnung den maximalen Faktor α_{gr}, um den alle Lasten proportional erhöht werden können bis es zum Systemversagen kommt. Wie groß ist die horizontale Riegelverschiebung unter α_{gr}-fachen Lasten?

Verwenden Sie als Basis für Ihre Berechnungen die Ergebnisse auf der nächsten Seite. Die dort angegebenen Werte für M_y und für die Verschiebung entstehen unter einer Horizontalkraft in Höhe des Riegels von **100 kN**.

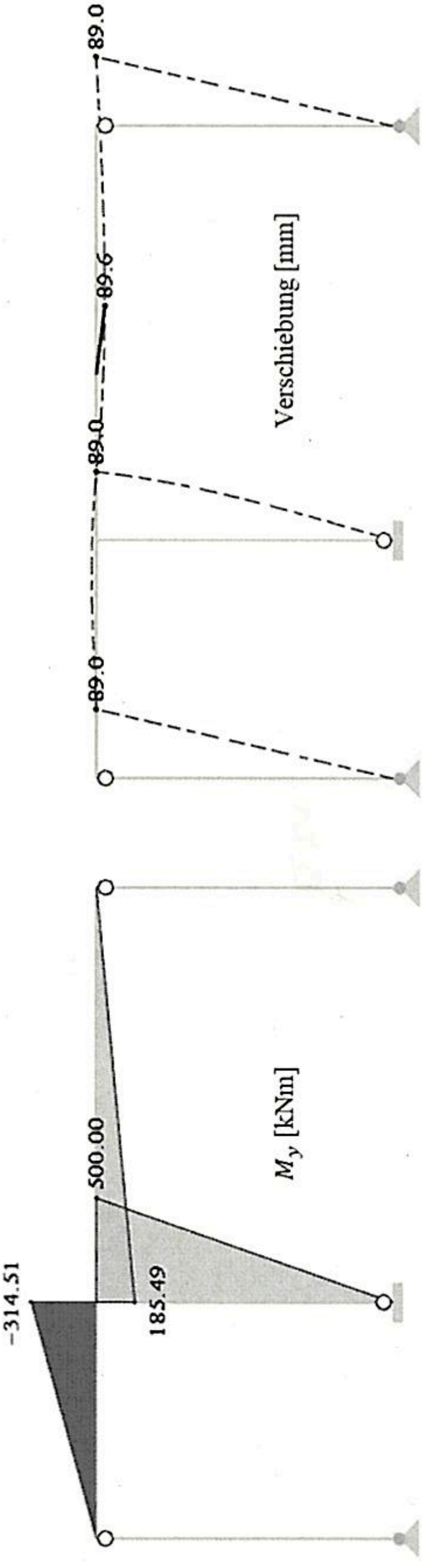
<u>System und Belastung:</u>



System 1: Ausgangssystem



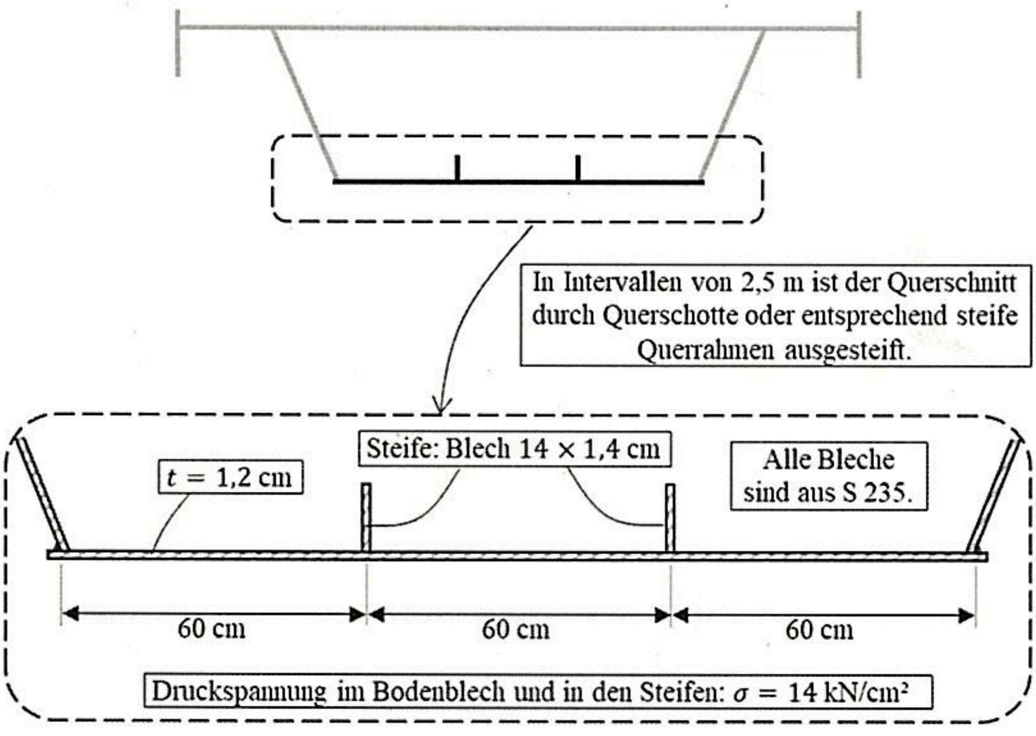
System 2: Wie System 1, aber mit zusätzlichem Gelenk am Fußpunkt der Mittelstütze



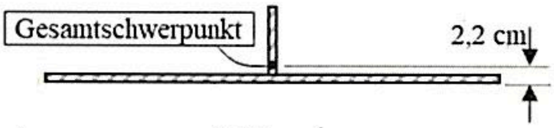
Aufgabe 3 (40 P):

Gegeben ist der unten dargestellte Hohlkastenquerschnitt einer zweifeldrigen Fußgängerbrücke. Im Bereich um die Mittelstütze erfährt das Bodenblech dieses Querschnitts infolge des negativen Stützmomentes eine Druckspannung σ von 14 kN/cm² und wird dafür, wie auf der Skizze dargestellt, durch zwei Längssteifen ausgesteift, die die gleiche Druckspannung erfahren. Allen anderen Angaben, die für die kommenden Berechnungen erforderlich sind, sind der Skizze zu entnehmen.

Führen Sie alle erforderlichen Nachweise zum Einzel- und Gesamtfeldbeulen des ausgesteiften Bodenbleches. Berücksichtigen Sie dabei auch den möglichen Einfluss eines knickstabähnlichen Verhaltens. Die relevanten Eigenformen zum Einzel- und Gesamtfeldbeulen sind auf der nächsten Seite gezeigt. Der Verzweigungslastfaktor α_{cr} für Gesamtfeldbeulen ist mit 3,15 vorgegeben; den Verzeigungslastfaktor für Einzelfeldbeulen, bzw. die entsprechende kritische Spannung σ_{cr} müssen Sie selbst berechnen.



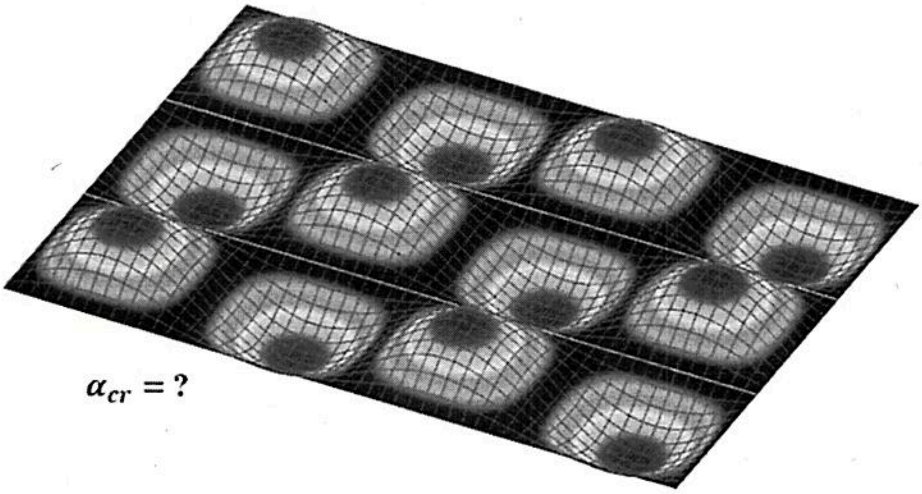
Querschnitt einer Beulsteife incl. mitwirkender Bodenblechbreite:



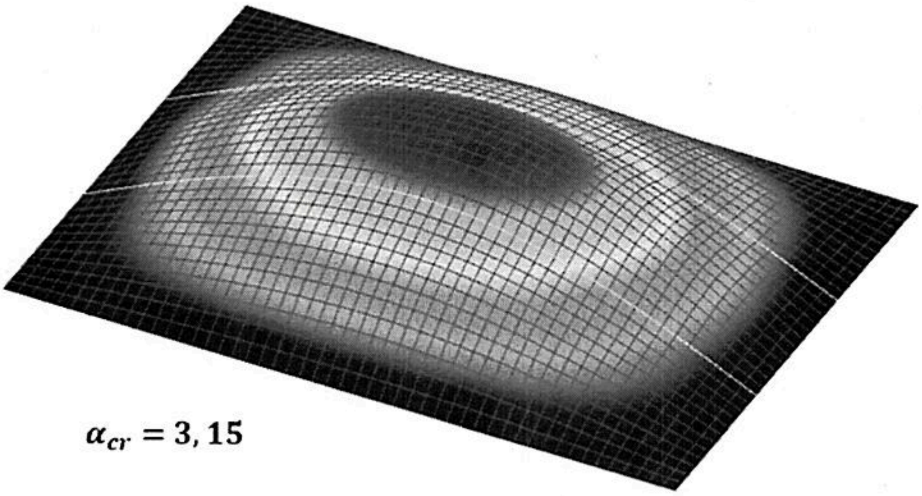
$I_{y,\text{Steife,gesamt}} = 1210 \text{ cm}^4$

$A_{\text{Steife,gesamt}} = 91{,}6 \text{ cm}^2$

Einzel- und Gesamtfeldbeulen des Bodenbleches zwischen zwei Querschotten:

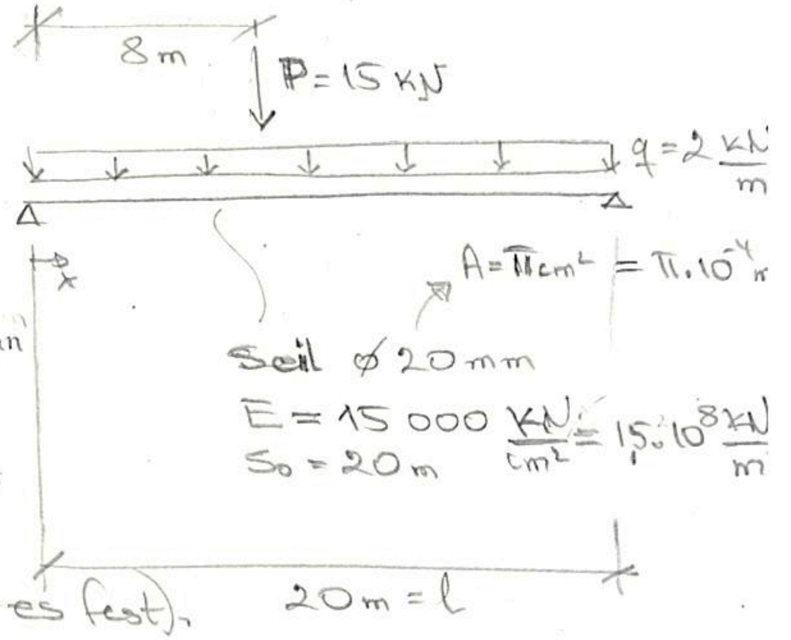


$\boldsymbol{\alpha_{cr} = ?}$



$\boldsymbol{\alpha_{cr} = 3,15}$

Aufgabe 1: 40P



a) Ermittlung von H, S_{max} und $y(x=8m)$

b) Das rechte Lager wird nun so ausgelegt, dass es ab einer Horizontalkraft H=150 kN fließt (in vertikaler Richtung bleibt es fest).

Wie groß ist jetzt die Durchbiegung y unter der Einzellast? Um welche Strecke Δl bewegt sich das rechte Seilende infolge ~~infolge~~ des Fließens am dortigen Auflager?

Sie dürfen hier annehmen, dass $\int_0^{l+\Delta l} Q^2 dx \approx \int_0^l Q^2 dx$

Musterlösung:

a) • Seilgleichung: $(\Delta t = 0)$

$$H^3 + H^2 \cdot EA \underbrace{\left[1 - l/s_0\right]}_{=0,\ \text{da } l = s_0} = \frac{EA}{2 s_0} \int_0^l Q^2 dx$$

$$\Rightarrow H^3 = \underbrace{\frac{EA}{2 s_0}}\left[\underbrace{q^2 l^3/12} + \underbrace{P^2 ab/l} + \underbrace{P q ab}\right]$$

Kräfte werden in [kN], Längen in [m] eingesetzt

$$\frac{1{,}5 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 20} = 375 \cdot \pi$$

$$\frac{2^2 \cdot 20^3}{12} = \frac{8000}{3}$$

$$\frac{15^2 \cdot 8 \cdot 12}{20} = 1080$$

$$15 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 12 = 2880$$

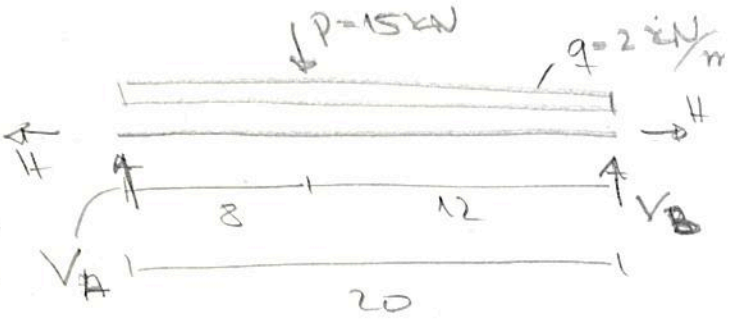
$$\Rightarrow H^3 = 7806857 = 7{,}81 \cdot 10^6 \Rightarrow \underline{\underline{H = 198{,}4\ kN}}$$

12 P

Aufgabe 1: Fortsetzung

Die maximale Seilkraft S_{max} entsteht am linken Auflager, wo die größte Vertikalkomponente wirkt.

$$V_A = \frac{2 \cdot 20}{2} + \frac{15 \cdot 12}{20} = \underline{\underline{29\ kN}}$$



$$S_{max} = \sqrt{H^2 + V_A^2} = \underline{\underline{200{,}5\ kN}}$$

5P

- Durchbiegung $y(x=8\,m)$ unter der Einzellast:

$$\underline{M(x=8\,m)} = V_A \cdot 8\,m - q \cdot 8^2/2 = 29 \cdot 8 - 2 \cdot 8^2/2 = \underline{\underline{168\ kNm}}$$

→ Moment am Einfeldträger unter der gleichen Last wie das Seil.

8P

$$\Rightarrow y(x=8) = \frac{M(x=8)}{H} = \frac{168\ kNm}{198{,}4\ kN} = \underline{\underline{0{,}847\,m = 84{,}7\,cm}}$$

b) Bei Einsatz des gegebenen Lagers kann H nicht auf 198,4 kN (s.o.) ansteigen, sondern wird auf 150 kN begrenzt. H ist jetzt also bekannt

Daraus folgt:

- $$y(x=8\,m) = \frac{M(x=8)}{150\,kN} = \frac{168\ kNm}{150\ kN} = \underline{\underline{1{,}12\,m}}$$ 3P
- Δl ergibt sich aus der Gleichung:

$$H^3 + \underbrace{H^2 EA}_{1{,}06 \cdot 10^9}\left[1 - (l+\Delta l)/s_0\right] \approx \frac{EA}{2 s_0}\int_0^l Q^2 dx$$

mit $H = 150$ kN und $\frac{EA}{2 s_0}\int_0^l Q^2 dx = 7{,}81 \cdot 10^6$ (s.o.)

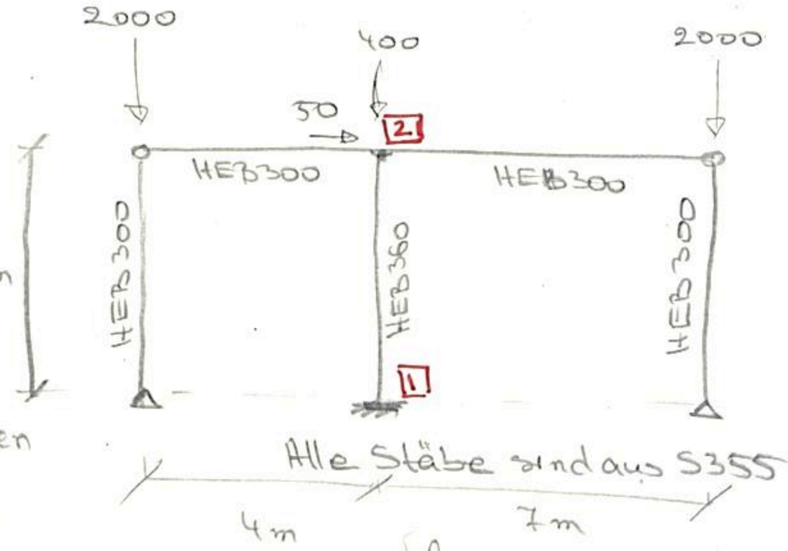
$$\Rightarrow l + \Delta l = 19{,}916\,m \Rightarrow \Delta l = 19{,}916 - 20 = -0{,}084\,m \Rightarrow$$

Das rechte Seilende bewegt sich um ca. 8,4 cm nach links.

12 P

Aufgabe 2: 40P

Zeigen Sie, dass das 1. plast. Gelenk an der Einspannstelle der mittleren Stütze entsteht und berechnen Sie unter Anwendung der hinge-by-hinge Methode den maximalen Lastfaktor $\alpha_{gr.}$ und die zugehörige horizontale Riegelverschiebung



Alle Stäbe sind aus S355

$f_y = 35{,}5\ kN/cm^2$
$\gamma_{M1} = 1{,}1$

Musterlösung:

$M_{pl,HEB360} = W_{pl,y} \cdot f_{yd} = 2683 \cdot 35{,}5/(1{,}1 \cdot 100) = 866\ kNm$

$M_{pl,HEB300} = W_{pl,y} \cdot f_{yd} = 1869 \cdot 35{,}5/(1{,}1 \cdot 100) = 603\ kNm$

Verhältnis $\frac{866}{603} = 1{,}44$

(4P)

$\frac{307{,}82}{120{,}88} = 2{,}55 > 1{,}44 \Rightarrow$ Das 1. plast. Gelenk entsteht an der Einspannstelle der Mittelstütze

(s. M-Verlauf am System 1 unter 100 kN H-Kraft (in Aufgabenstellung))

- Berechnung von α_1 (Lasterhöhungsfaktor bis zum 1. pl. Gelenk):

$$K_1 = K_{e,1} + K_{G,1} = \underbrace{\overbrace{\frac{100\ kN}{2{,}1\ cm}}^{\text{s. Aufgabenstellung}}}_{K_{e1}} \underbrace{- \alpha_1 \cdot (2 \cdot 2000 + 400) \cdot \frac{1}{500\ cm}}_{K_{G,1}}$$

$$= 47{,}6 - \alpha_1 \cdot 8{,}8 \quad [kN/cm]$$

(6P)

 SS 24

Aufgabe 2: Fortsetzung

Die horizontale Riegelverschiebung f_1 unter der H-Kraft $\alpha_1 \cdot 50$ kN beträgt:

$$f_1 = \frac{\alpha_1 \cdot 50}{K_1} = \frac{\alpha_1 \cdot 50}{47{,}6 - \alpha_1 \cdot 8{,}8}$$ 5P

Das Einspannmoment der Mittelstütze lässt sich als Funktion von f_1 so schreiben:

$$M_{Einsp}(f_1) = \underbrace{\frac{307{,}82 \text{ kNm}}{2{,}1 \text{ cm}}}_{\text{s. Aufgabenstellung}} \cdot f_1 = 146{,}63 \cdot f_1 \quad \text{mit } f_1 \text{ in [cm]}$$

5P

Damit ergibt sich folgende Gleichung für α_1:

$$\underbrace{M_{Einsp}(f_1)}_{|} = M_{pl,HEB360}$$

$$146{,}63 \cdot \underbrace{\frac{\alpha_1 \cdot 50}{47{,}6 - \alpha_1 \cdot 8{,}8}}_{f_1(\alpha_1)\text{ - s.o.}} = 866$$

10P

$$\Rightarrow \alpha_1 = \underline{\underline{2{,}76}} \quad \Rightarrow f_1 = \frac{2{,}76 \cdot 50}{47{,}6 - 2{,}76 \cdot 8{,}8} = \underline{\underline{5{,}92 \text{ cm}}}$$

Die Steifigkeit K_2 am neuen System 2 ergibt sich zu:

$$K_2 = K_{e,2} + K_{G,2} = \underbrace{\frac{100 \text{ kN}}{8{,}91 \text{ cm}}}_{\text{s. Aufgabenstellung}} - 4400 \text{ kN} \cdot (\alpha_1 + \Delta\alpha_{1-2}) \cdot \frac{1}{500 \text{ cm}}$$

10P

$$= 11{,}22 - \frac{4400}{500} \cdot 2{,}76 - \frac{4400}{500} \cdot \Delta\alpha_{1-2}$$

$$= -13{,}1 - 8{,}8 \cdot \Delta\alpha_{1-2} < 0 \ !$$

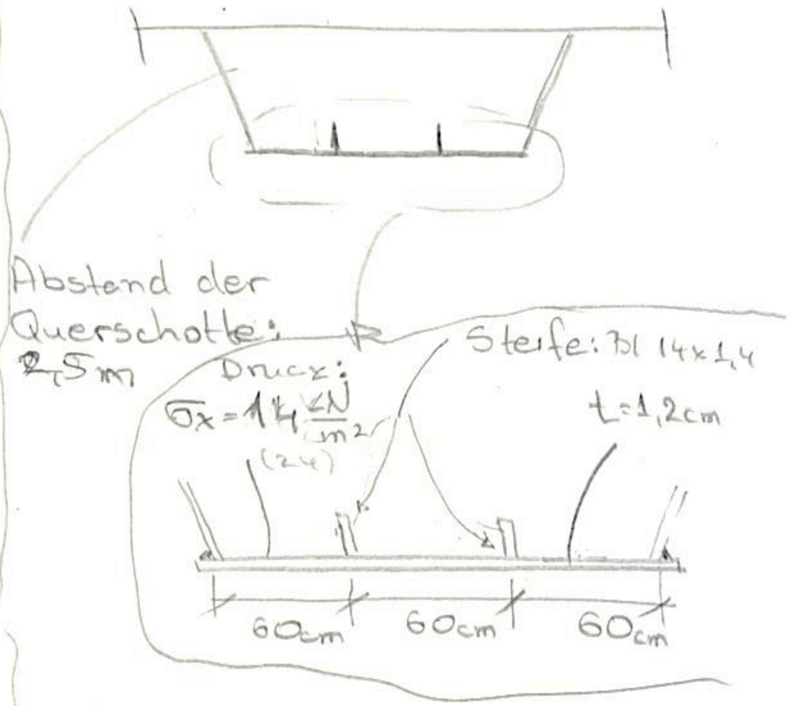
$$\Rightarrow \underline{\alpha_{gr} = \alpha_1 = 2{,}76} \text{ und } f_{gr} = f_1 = 5{,}92 \text{ cm}$$

SS 24

Spezialthemen des Stahlbaus

Aufgabe 3: 40P

Fußgängerbrücke: Querschn.



Alle Bleche sind aus S235

a) Nachweis gegen Einzelfeldbeulen:

• $\sigma_{cr,x} = k_\sigma \cdot \sigma_E =$

$$= \underbrace{4{,}0}_{} \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000}{12 \cdot (1-0{,}3^2)} \cdot \left(\frac{1{,}2}{60}\right)^2$$

$\alpha = \frac{250}{60} > 1$

(4P)

$$\Rightarrow \sigma_{cr,x} = 30{,}37 \frac{kN}{cm^2}$$

• $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,x}}} = \sqrt{\frac{23{,}5}{30{,}37}} = 0{,}88$

• $\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0{,}055(3+\psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{0{,}88 - 0{,}055 \cdot (3+1)}{0{,}88^2} = \underline{\underline{0{,}85}} < 1$

• Nachweis:

$$\sigma_{x,Ed} = 14 \frac{kN}{cm^2} < \rho \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0{,}85 \cdot \frac{23{,}5}{1{,}1} = 18{,}2 \frac{kN}{cm^2}$$ ✓

(8P)

Aufgabe 3: Fortsetzung

b) Nachweis gegen Gesamtfeldbeulen:

$\alpha_{cr} = 3{,}15$ (gegeben in der Aufgabenstellung)

$\sigma_{cr,p} = 3{,}15 \cdot 14 = \underline{44{,}1 \, kN/cm^2}$

- $\bar{\lambda}_p = \sqrt{f_y / \sigma_{cr,p}} = \sqrt{23{,}5/44{,}1} = 0{,}73$

- $\rho = \dfrac{0{,}73 - 0{,}055 \cdot (3+1)}{0{,}73^2} = \underline{0{,}96} < 1$ (4P)

– Einfluß des knickstabähnlichen Verhaltens:

- Knickspannung $\sigma_{cr,c}$ einer Beulsteife als Druckstab

$\sigma_{cr,c} = \dfrac{\pi^2 \cdot EI_{y,steife,gesamt}}{l_{cr}^2 \cdot A_{steife,gesamt}} = \dfrac{\pi^2 \, 21000 \cdot 1210}{250^2 \cdot 91{,}6} = 43{,}8 \, \dfrac{kN}{cm^2}$ (5P)

- Interpolationsbeiwert ξ:

$\dfrac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 = \dfrac{44{,}1}{43{,}84} - 1 = 6{,}7 \cdot 10^{-3} \ll 1$ → Das ausgesteifte Beulfeld verhält sich praktisch wie ein Knickstab! (3P)

- Imperfektionsbeiwert α_e:

$e_2 = 2{,}23 - 0{,}6 = 1{,}63 \, cm$

$e_1 = 7 + 1{,}2 - 2{,}23 = 5{,}97 \, cm > e_2$

$\Rightarrow e = e_1 = 5{,}97 \, cm$

$i = \sqrt{\dfrac{I_{y,steife,gesamt}}{A_{steife,gesamt}}} = \sqrt{\dfrac{1210}{91{,}6}} = 3{,}63 \, cm$

$\alpha_e = \alpha + \dfrac{0{,}09}{i/e} = \underbrace{0{,}49}_{KSL \, c} + 0{,}09 / (3{,}63/5{,}97) = 0{,}64$ (5P)

SS 24

Aufgabe 3: Fortsetzung

- Abminderungsfaktor χ_c, mit $\alpha_c = 0{,}64$

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha_c(\bar{\lambda}_p - 0{,}2) + \bar{\lambda}_p^2\right]$$

$$= 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}64(0{,}73 - 0{,}2) + 0{,}73^2\right] = 0{,}94$$

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_p^2}} = \frac{1}{0{,}94 + \sqrt{0{,}94^2 - 0{,}73^2}} = 0{,}653$$

4P

- Abminderungsfaktor ρ_c:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \cdot \xi(2 - \xi) + \chi_c = (0{,}56 - 0{,}653) \cdot 0{,}007 \cdot (2 - 0{,}007) + 0{,}65$$

$$= 0{,}657$$

5P

- Nachweis mit ρ_c:

$$\sigma_{x,Ed} = 14\,\frac{kN}{cm^2} < \rho_c \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0{,}657 \cdot \frac{23{,}5}{1{,}1} = 14{,}04\,\frac{kN}{cm^2}$$

2P