

## Modulprüfung WiSe 2024-2025

### Teil 2: Stahl- und Verbundtragwerke

Prüfungszeit 120 Minuten

Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Rutner

Institut für Metall- und Verbundbau

Hamburg, den 18. Februar 2025

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

Berechnungsnorm: **DIN EN 1994**

Aufgabe	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1)	75	
2)	45	
<b>Summe</b>	<b>120</b>	
		Note:

Bearbeitungshinweise:

- Alle Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Lösungen sind so darzustellen, dass der Lösungsweg lückenlos nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel sind zugelassen, jedoch keine elektronischen Geräte außer dem Taschenrechner.
- Das Mitführen von Kommunikationsmitteln ist untersagt.

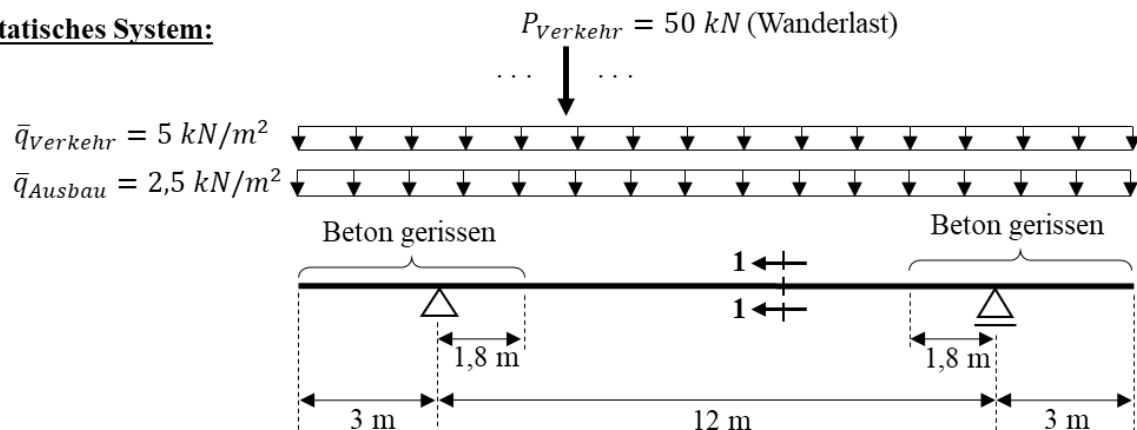
**Aufgabe 1 (75 Punkte):**

Gegeben ist das unten dargestellte Einfeldsystem mit beidseitigen Auskragungen, ausgeführt in Verbundbauweise. Neben dem Eigengewicht der Struktur (bestehend aus Betonplatte und Stahlträger) sind noch die auf der Skizze angegebenen Flächenlasten  $\bar{q}_{Ausbau}$  und  $\bar{q}_{Verkehr}$ , sowie die Einzellast  $P_{Verkehr}$  zu berücksichtigen. Diese Einzellast ist als Wanderlast zu betrachten, die überall im Feld oder in den Kragbereichen wirken kann.

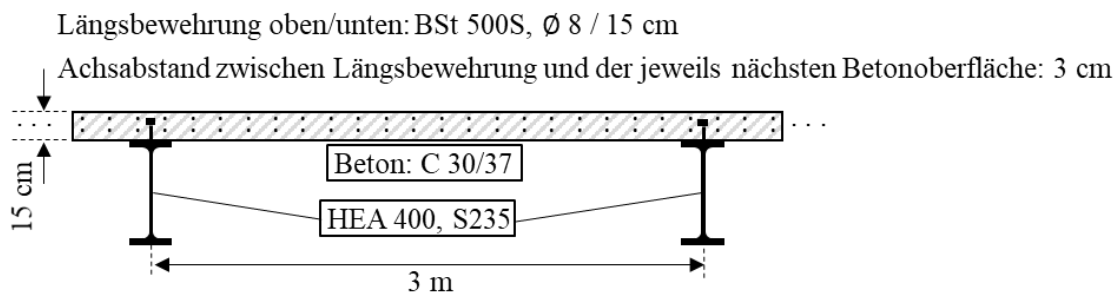
Die Stahlträger sind im Bau- und Endzustand seitlich ausreichend gehalten, so dass Biegedrillknicken ausgeschlossen werden kann.

- Führen Sie den Querschnittsnachweis eines Verbundträgers an den möglichen maßgebenden Stellen. Gehen Sie dabei von einer Vollverdübelung aus.
- Wählen Sie einen Kopfbolzendübeltyp und legen Sie die Dübelanzahl und -verteilung für eine Vollverdübelung fest.
- Bestimmen Sie die Trägerdurchbiegung aus Schwinden in Feldmitte und an den Kragspitzen zum Zeitpunkt  $t \rightarrow \infty$ . Gehen Sie davon aus, dass der Beton in den Kragbereichen und in den jeweils letzten 1,8 m links und rechts im Feld gerissen ist (s. Skizze). Rechnen Sie mit einer Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 2,5$  und einem Endschwindmaß  $\varepsilon_{cs,\infty} = 0,5 \times 10^{-3}$ .

**Statisches System:**



**Schnitt 1-1:**



## **Aufgabe 2 (45 Punkte):**

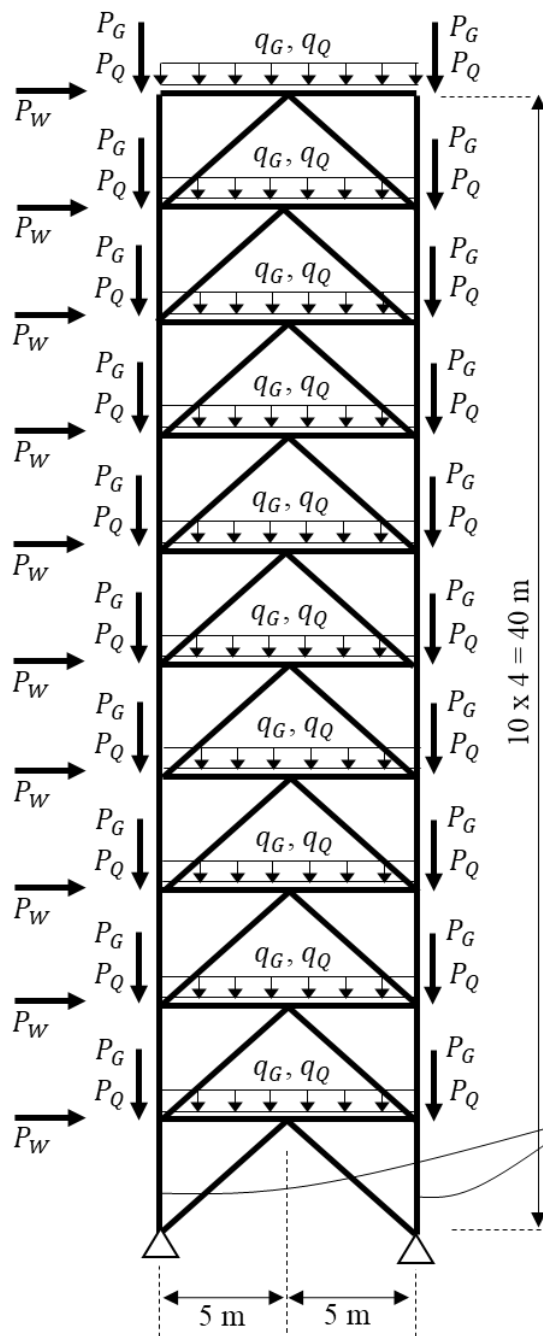
Gegeben ist das unten dargestellte Fachwerk, das Teil des Aussteifungssystems eines 10-stöckigen Gebäudes ist. In jeder Deckenebene wirken, wie auf der Skizze dargestellt, ständige Deckenlasten  $P_G$  und  $q_G$ , veränderliche Deckenlasten  $P_Q$  und  $q_Q$ , sowie Windlasten  $P_W$ . Die Stützen werden mit einem über die gesamte Höhe konstanten doppelsymmetrischen Verbundquerschnitt ausgeführt. Dieser Querschnitt ist so orientiert, dass seine lokale z-Achse (s. Skizze) in der Fachwerkebene und seine lokale y-Achse senkrecht dazu liegt.

Erstellen Sie das  $N - M_y$  Interaktionsdiagramm für den gegebenen Verbundquerschnitt und führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis der Stütze an der maßgebenden Stelle zum Zeitpunkt  $t \rightarrow \infty$ .

Folgende Informationen sind noch zu berücksichtigen:

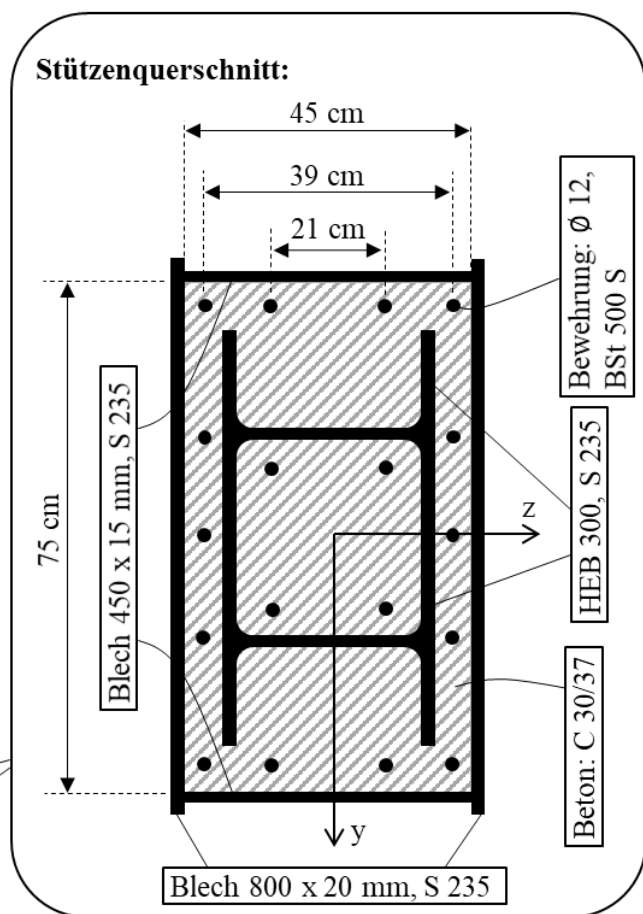
- Das Struktureigengewicht (Stützen, Träger, Diagonalen) ist in den gegebenen ständigen Lasten schon enthalten.
- Bei der Ermittlung der Bemessungswerte der Schnittgrößen sind alle veränderlichen Lastanteile vereinfachend und auf der sicheren Seite mit dem Faktor 1,5 zu berücksichtigen.
- Die Endkriechzahl  $\varphi_\infty$  beträgt 1,8.
- Ein Ausweichen der Stützen aus der Fachwerkebene heraus ist ausgeschlossen.

**System und Belastung:**



$P_G = 600 \text{ kN}$        $q_G = 60 \text{ kN/m}$   
 $P_Q = 150 \text{ kN}$        $q_Q = 15 \text{ kN/m}$   
 $P_W = 60 \text{ kN}$

**Stützenquerschnitt:**

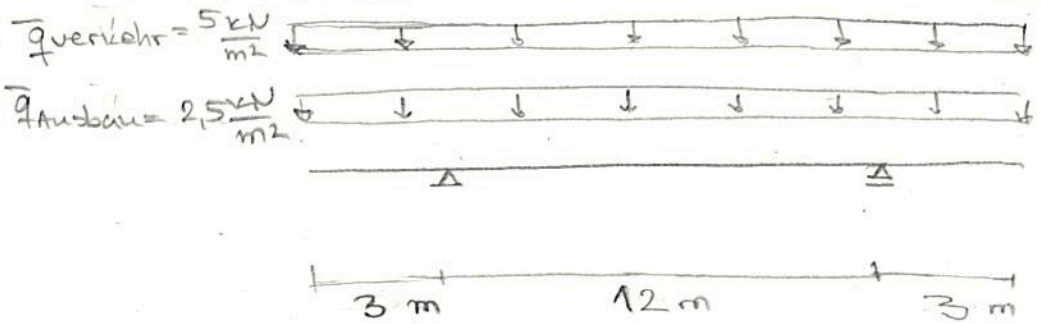


# Aufgabe 1:

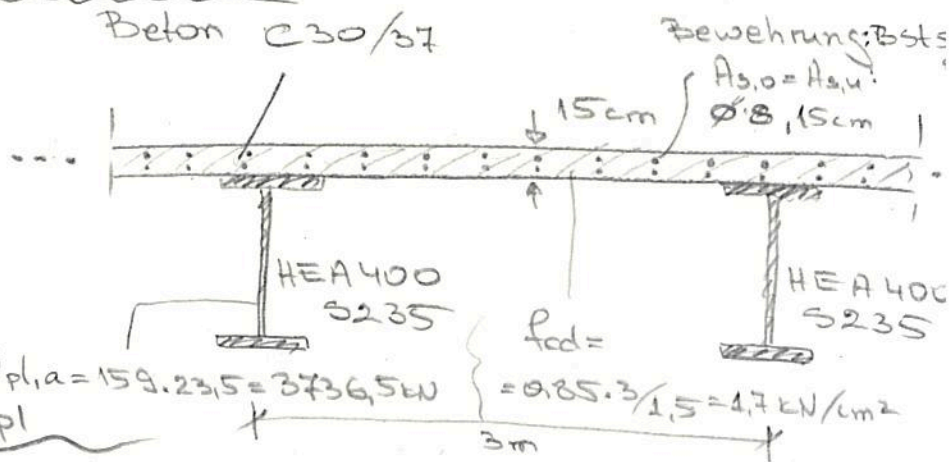
-1-

Ansicht:

Fuerzehr = 50 kN (Wanderlast - kann überall angreifen)



Querschnitt:



a)

• Berechnung von  $N_{pl}$

$N_{pl}$  im Feld (positiv):

$$l_{eff, \text{Feld}} = \frac{0,7 \cdot 12 \text{ m}}{8} \cdot 2 = \underline{2,1 \text{ m}} < 3 \text{ m}$$

(Das Feld ist vom  $\mu$ -Verlauf her vergleichbar mit dem Innenfeld eines Mehrfeldträgers. Deshalb wurde die äquivalente Stützweite  $l_e$  mit  $0,7 \cdot 12 \text{ m}$  berücksichtigt.)

Annahme: PNA im Beton:

$$z_{pl} = \frac{N_{pl,a}}{l_{eff, \text{Feld}} \cdot f_{cd}} = \frac{3736,5}{2,1 \cdot 1,7} = \underline{10,5 \text{ cm}} < h_c \checkmark$$

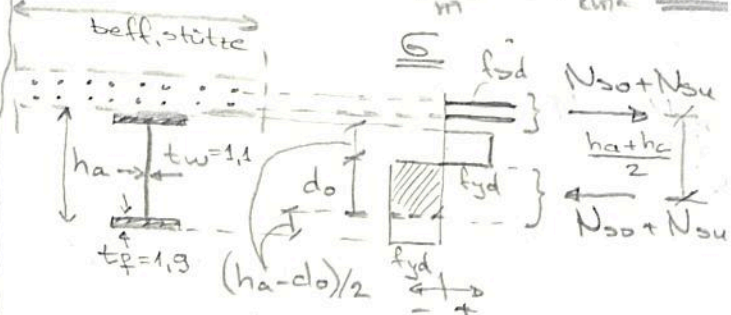
$$M_{pl, \text{Feld}} = 3736,5 \left( \frac{39}{2} + 15 - \frac{10,5}{2} \right) / 100 = \underline{1093 \text{ kNm}}$$

$N_{pl}$  über der Stütze (negativ):

$$l_{eff, \text{Stütze}} = \frac{2 \cdot 3 \text{ m}}{8} \cdot 2 = \underline{1,5 \text{ m}} < 3 \text{ m}$$

$$A_{s,0} + A_{s,u} = 2 \cdot 3,35 \text{ cm}^2/\text{m} = 6,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$N_{s,0} + N_{s,u} = 1,5 \text{ m} \cdot \frac{6,7 \text{ cm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{435 \text{ kN}}{\text{cm}^2} = \underline{437 \text{ kN}}$$



Annahme: PNA im Steg ( $d_o \leq h_a - 2t_f$ ):

Berechnung von  $d_o$ :

$$d_o \cdot t_w \cdot f_{yd} = N_{s,0} + N_{s,u} \Rightarrow d_o = \frac{437}{1,1 \cdot 23,5} = \underline{16,9 \text{ cm}} < 39 - 2 \cdot 1,1 \checkmark$$

$$M_{pl, \text{Stütze}} = 437 \cdot \frac{(39+15)}{2} + \frac{2562 \cdot 23,5}{w_{pl,2}} - \frac{16,9^2 \cdot 11 \cdot 23,5}{4} = \underline{70160 \text{ kNm}} = \underline{701,6 \text{ Nm}}$$

## Aufgabe 1:

Um im Stützereich  $M_{pl, stütze}$  ansetzen zu dürfen, muss für die gedrückten Querschnittsteile mindesten: QKL 2 nachgewiesen werden. Das verwendete HEA400 aus S235 erfüllt sogar die Bedingungen für QKL 1, und das für den ungünstigsten Fall "reine Drucknormalkraft".

### Tragfähigkeitsnachweise:

- Streckenlasten pro Träger:

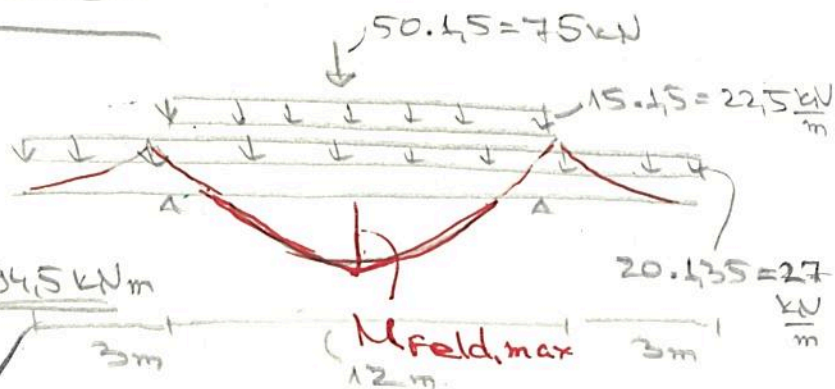
$$q_{\text{ständig}} = \underbrace{25 \cdot 0,15 \cdot 3}_{\text{EG Beton}} + \underbrace{2,5 \cdot 3}_{\text{Ausbau}} + \underbrace{1,25}_{\text{HEA400}} = \underline{\underline{20 \text{ kN/m}}}$$

$$q_{\text{verkehr}} = 5 \cdot 3 = \underline{\underline{15 \text{ kN/m}}}$$

- Einzellast (als Wanderlast):  $F_{\text{verkehr}} = \underline{\underline{50 \text{ kN}}}$

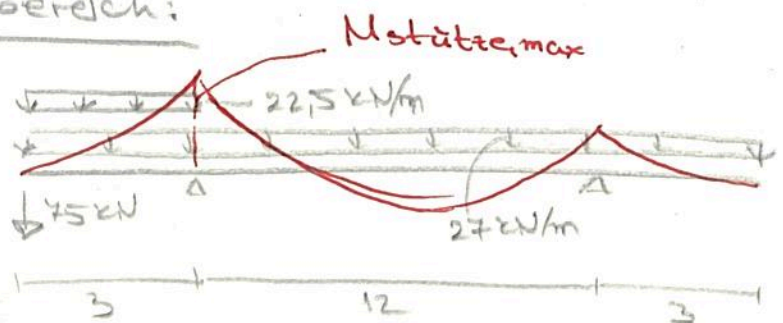
Biege-  
→ Nachweis im Feldbereich:

$$\begin{aligned} M_{\text{feld, max}} &= \\ &= 27 \cdot \left( \frac{12^2}{8} - \frac{3^2}{2} \right) + \\ &+ 22,5 \cdot \frac{12^2}{8} + 75 \cdot \frac{12}{4} = \underline{\underline{994,5 \text{ kNm}}} \\ &< M_{pl, stütze} = 1093 \text{ kNm} \quad \checkmark \end{aligned}$$



Biege-  
→ Nachweis im Stützereich:

$$\begin{aligned} M_{\text{stütze, max}} &= \\ &= (27 + 22,5) \cdot \frac{3^2}{2} + 75 \cdot 3 \\ &= \underline{\underline{447,75 \text{ kNm}}} \quad \checkmark \\ &\leq M_{pl, stütze} = 704,6 \end{aligned}$$



Aufgabe 1:

→ Querkraftnachweis:

Die max. Querkraft entsteht an der Stütze  
- entweder innen oder außen:

$Q_{max, innen} = (22,5 + 27) \cdot \frac{12}{2} + 75 = 372 \text{ kN}$  (Einzellast wirkt unmittelbar neben dem Auflager auf der Feld-Seite)

$Q_{max, außen} = (22,5 + 27) \cdot 3 + 75 = 223,5 \text{ kN}$

⇒  $Q_{max} = Q_{max, innen} = 372 \text{ kN} < \frac{V_{pl,z}}{2} = \frac{A_{v,z} \cdot f_{yd} / \sqrt{3}}{2} = \frac{573 \cdot 23,5 / \sqrt{3}}{2} = 389 \text{ kN} \checkmark$

⇒ keine Abminderung der Streckgrenze im Steg über der Stütze erforderlich ✓

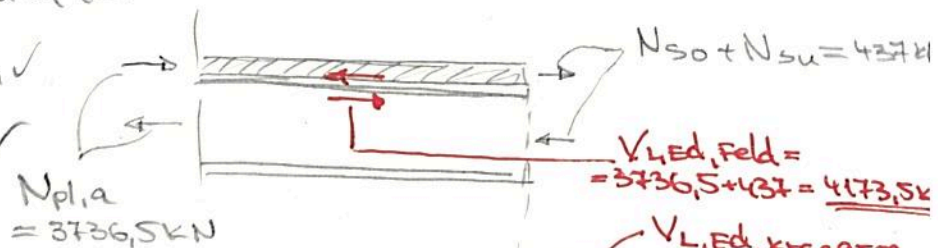
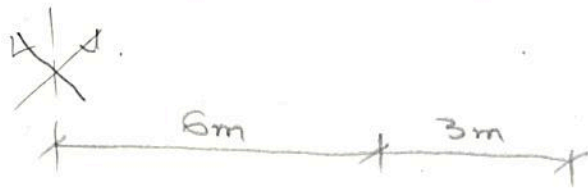
b) Dimensionierung <sup>einer</sup> Vollverdrübelung im Feld- und Kragarmbereich  
Verwendet werden Dübel mit  $\phi 22 \text{ mm}$  und  $P_{ed} = 93,1 \text{ kN}$

- im Feld:

erf  $n_f = \frac{4173,5}{93,1} = 44,8$

gew.  $n = 46$  - Pro Feldhälfte

$e_L = \frac{600}{46} = 13 \text{ cm}$   $\left\{ \begin{array}{l} > 5 \cdot 2,2 = 11 \text{ cm} \checkmark \\ \leq 80 \text{ cm} \checkmark \\ \leq 6 h_c = 90 \text{ cm} \checkmark \end{array} \right.$

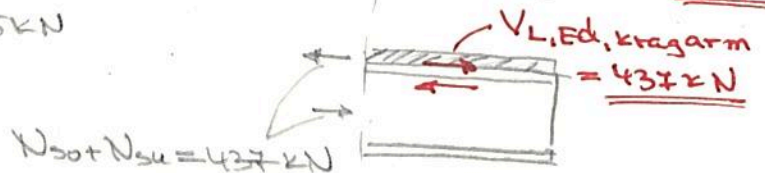


- im Kragarmbereich:

erf  $n_f = \frac{437}{93,1} = 4,7$

gew.  $n = 10$

$e_L = \frac{300}{10} = 30 \text{ cm}$   $\left\{ \begin{array}{l} > 11 \text{ cm} \checkmark \\ \leq 80 \text{ cm} \checkmark \\ \leq 90 \text{ cm} \checkmark \end{array} \right.$



Auflager

Aufgabe 1:

c) Durchbiegung in Feldmitte und an der Kragspitze infolge Schwinden für  $t_{20}$ :

$\rho_{ro} = 2,5$   
 $E_{cs,100} = 0,5 \cdot 10^{-3}$

} gegeben in der Aufgabenstellung

$A_{c,eff,feld} = 210 \cdot 15 = \underline{\underline{3150 \text{ cm}^2}}$

$I_{c,eff,feld} = \frac{210 \cdot 15^3}{12} = \underline{\underline{59062,5 \text{ cm}^4}}$

$A_a = \underline{\underline{159 \text{ cm}^2}}$

$I_a = \underline{\underline{45070 \text{ cm}^4}}$

$a = 39/2 + 15/2 = \underline{\underline{27 \text{ cm}}}$

$E_s = \frac{E_{cm}}{1 + 0,55 \cdot \rho_{ro}} = \frac{3300}{1 + 0,55 \cdot 2,5} = \underline{\underline{1390 \text{ kN/cm}^2}}$

$EI_s = 10^{-4} \left[ 21000 \cdot 45070 + 1390 \cdot 59062,5 + \frac{21000 \cdot 159 \cdot 1390 \cdot 3150}{21000 \cdot 159 + 1390 \cdot 3150} \cdot 27^2 \right]$

$= \underline{\underline{2,41 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2}}$

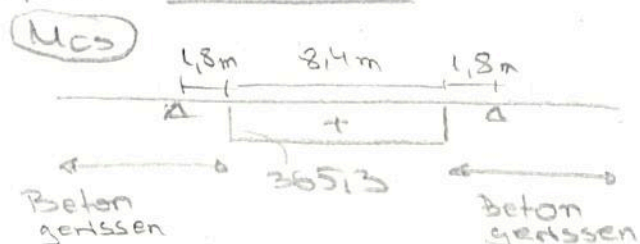
Beanspruchung aus Schwinden:

$N_{cs} = E_s \cdot A_c \cdot E_{cs} = 1390 \cdot 300 \cdot 15 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{3127,5 \text{ kN}}}$

hier wird die Betonfläche nicht mit  $b_{eff}$ , sondern mit der vollen Breite  $b = 3 \text{ m}$  berechnet.

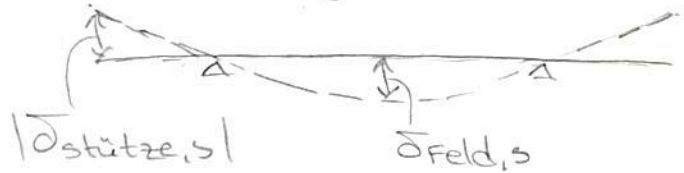
$a_{cs} = \frac{E_a \cdot A_a}{E_a \cdot A_a + E_s \cdot A_{c,eff}} \cdot a = \frac{21000 \cdot 159 \cdot 27}{21000 \cdot 159 + 1390 \cdot 3150} = \underline{\underline{11,68 \text{ cm}}}$

$\Rightarrow M_{cs} = N_{cs} \cdot a_{cs} = 3127,5 \cdot 0,1168 = \underline{\underline{365,3 \text{ kNm}}}$



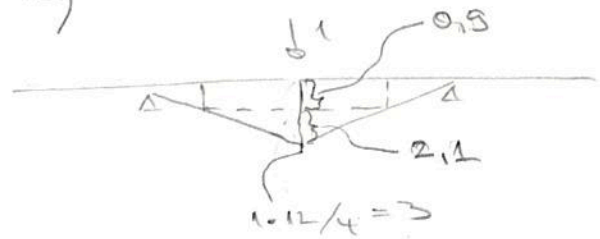
# Aufgabe 1

qualitative Biegelinie  
infolge Schwinden



$$\delta_{\text{feld},s} = \frac{1 \cdot 8,4}{2,41 \cdot 10^5} \left( 365,3 \cdot 0,9 + 365,3 \cdot 2,1 \cdot \frac{1}{2} \right)$$

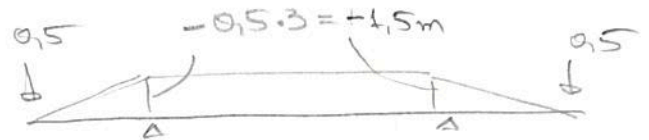
$$= 0,0248 \text{ m} = \underline{\underline{2,48 \text{ cm}}}$$



$$\delta_{\text{stuetze},s} = \frac{8,4}{2,41 \cdot 10^5} \cdot 365,3 \cdot (-1,5)$$

$$= -0,019 = \underline{\underline{-1,9 \text{ cm}}}$$

Verschiebung  
nach oben.



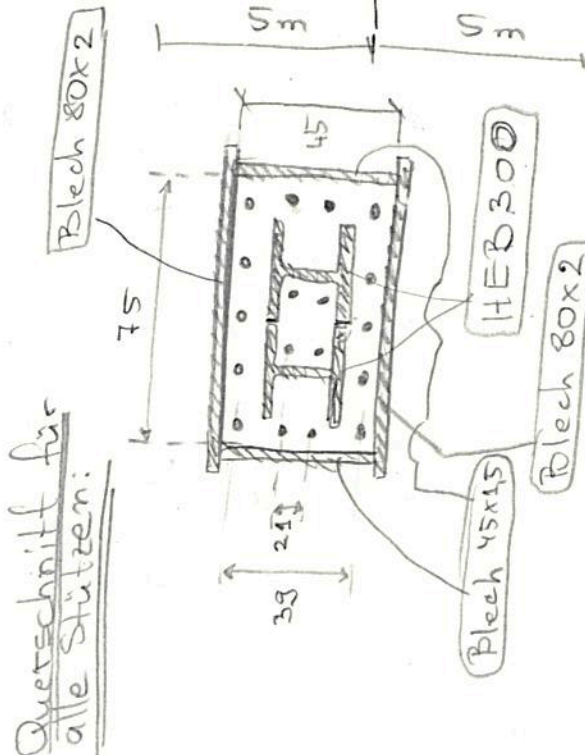
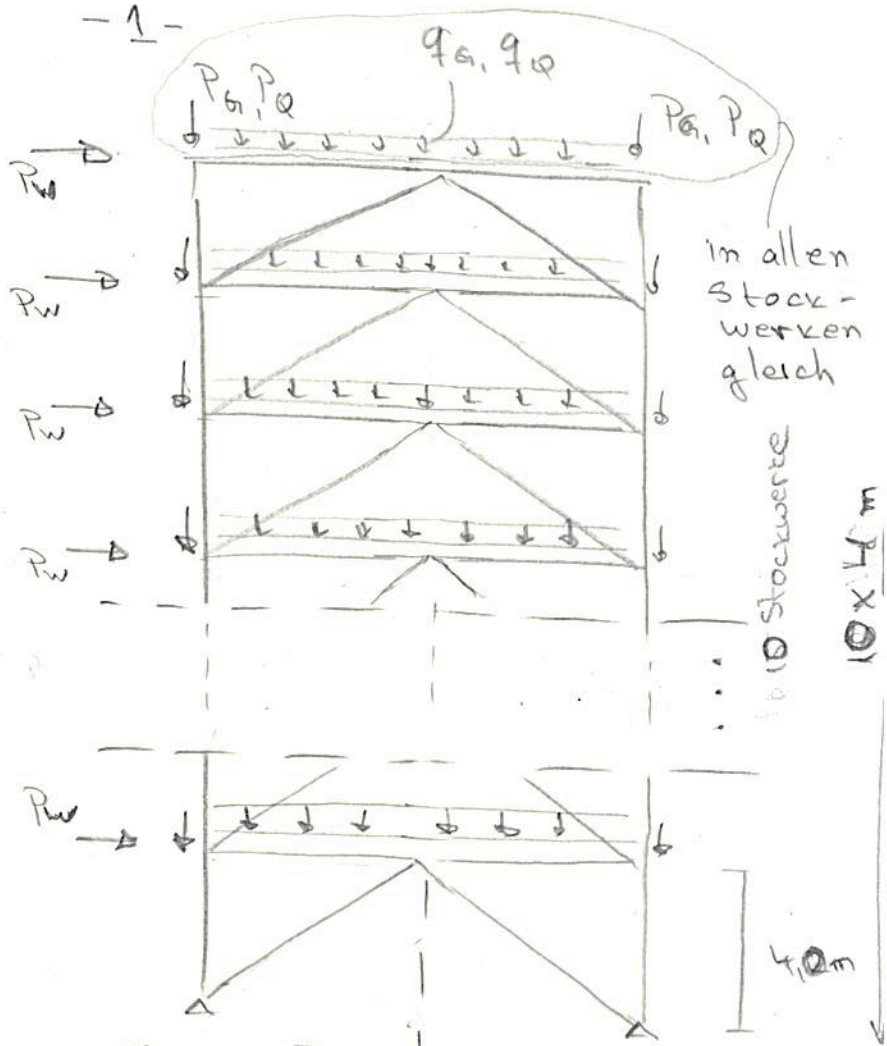
# Aufgabe 2:

## My-N-Interaktionsdiagramm:

• Punkt A:

$$\begin{aligned}
 N_A &= \frac{23,5}{1,1} \cdot (2,149 + 2,45 \cdot 1,5 + 2,80 \cdot 2) \\
 &+ \underbrace{18 \cdot \pi \cdot 4,2^2}_{20,36} \cdot \frac{50}{1,15} - 2,149 \\
 &+ \underbrace{0,85 \cdot \frac{3}{1,5}}_{1,7} \cdot (45,75 - 20,36) \\
 &= \underbrace{16086,8}_{N_{pl,a}} + \underbrace{885,1}_{N_{pl,s}} \\
 &+ \underbrace{5196}_{N_{c,rd}} \\
 &= \underline{\underline{22168 \text{ kN}}} = N_{pl,rd}
 \end{aligned}$$

$$\frac{N_{pl,a}}{N_{pl,rd}} = \frac{16086,8}{22168} = 0,72 \begin{cases} > 0,2 \\ < 0,3 \end{cases}$$



Alle Stahlbauteile: S235  
 alle Bewehrungsstäbe:  $\phi 12$ , Bst 5005  
 Beton: C30/37

## Lasten:

$$\begin{aligned}
 P_G &= 600 \text{ kN} & P_W &= 60 \text{ kN} \\
 P_Q &= 150 \text{ kN} \\
 q_G &= 60 \text{ kN/m} \\
 q_Q &= 15 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Punkt D:

$$M_D = M_{\max,rd} = \left[ \frac{23,5}{1,1} \cdot \left( \underbrace{2 \cdot 1868 + 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{45^2}{4} + 80 \cdot 2,47}_{12776,8 = W_{pl,a}} + 1,13 \cdot \underbrace{(5,39 + 4 \cdot 2,1)}_{315,3 = W_{pl,s}} \right) \cdot 43 \right. \\ \left. + \frac{1,7}{2} \cdot \left( \frac{45^2 \cdot 75}{4} - 12776,8 - 315,3 \right) \right] \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{3078 \text{ kNm}}}$$

$$N_D = N_{crd} / 2 = 5196 / 2 = \underline{\underline{2598,5 \text{ kN}}}$$

Punkt B:

$$N_B = 0$$

- Bestimmungsgleichung für  $x_0$ : (PNA im Steg, zwischen den HEB-Flanschen)

$$2 \cdot x_0 \cdot \underbrace{t_{w,gesamt}}_{2,15 + 2,11 = 5,2} \cdot f_{yd} = \frac{N_{crd}}{2} - \underbrace{(b_c - 2t_{w,HEB}) \cdot f_{cd}}_{75 - 2 \cdot 1,1 = 72,8} \cdot x_0$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{2598}{2 \cdot 5,2 \cdot 23,5 / 1,1 + 72,8 \cdot 1,7} = \underline{\underline{7,5 \text{ cm}}} < \frac{30 - 2 \cdot 1,9}{2} = 13,1 \checkmark$$

=> Annahme ok

$$M_0 = \left( 7,5^2 \cdot 5,2 \cdot \frac{23,5}{1,1} + 7,5^2 \cdot 72,8 \cdot \frac{1,7}{2} \right) \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{97,29 \text{ kNm}}}$$

$$\Rightarrow M_B = M_{pl,rd} = M_{\max,rd} - M_0 = 3078 - 97,29 = \underline{\underline{2980,6 \text{ kNm}}}$$

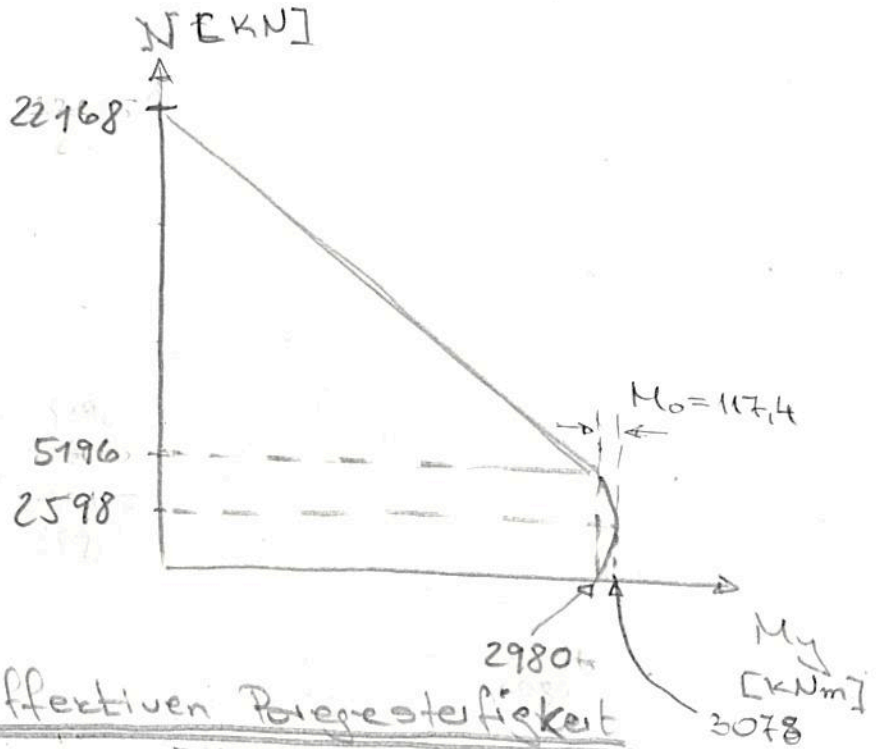
Punkt C:

$$M_C = M_B = \underline{\underline{2980,6 \text{ kNm}}}$$

$$N_C = N_{crd} = \underline{\underline{5196 \text{ kN}}}$$

Aufgabe 2:

My-N Diagramm:



• Berechnung der effektiven Poissonsteifigkeit  
 $EI_{eff,y,II}$  und  $N_{cr,y}$ :

$$E_{c,eff} = E_{cm} \cdot \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \cdot \psi_{\infty}} = \frac{3300}{1 + \frac{0,7 \cdot 1,8}{s.u.} \cdot \frac{1,8}{s.u.}} = 1460 \text{ kN/cm}^2$$

s.u. 3. Aufgabenstellung

$$EI_{eff,y,II} = 0,9 \cdot \left[ 21000 \cdot \left( 2 \cdot 25170 + 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{45^3}{12} + 2 \cdot 80 \cdot 2 \cdot 23,5^2 \right) + \right. \\ \left. I_a = 249841 \right. \\ \left. + 20000 \cdot 1,13 \cdot \left( 8 \cdot 10,5^2 + 10 \cdot 19,5^2 \right) + \right. \\ \left. I_s = 5293 \right. \\ \left. + 0,5 \cdot 1460 \cdot \left( \frac{45^3 \cdot 75}{12} - 249841 - 5293 \right) \right] = 5,02 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2$$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot EI_{eff,y,II}}{l_{cr,y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 5,02 \cdot 10^9}{400^2} = 309.658 \text{ kN}$$

Aufgabe 2:

Maximale Druckkraft im Erdgeschoss in der Stütze auf der Windleeseite:

$$\begin{aligned}
 N_{Ed} &= 10 \cdot (4,35 \cdot 600 \text{ kN} + 1,5 \cdot 150 \text{ kN}) \\
 &\quad + 9,5 \text{ m} \cdot (4,35 \cdot 60 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 15 \text{ kN/m}) \\
 &\quad + \frac{3}{8} \cdot 5 \text{ m} \cdot (4,35 \cdot 60 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 15 \text{ kN/m}) \\
 &\quad + 1,5 \cdot 60 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} \cdot (1 + 2 + 3 \dots + 9) / 10 \text{ m} \\
 &= \underline{\underline{16821 \text{ kN}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{G,Ed} &= 10 \cdot 4,35 \cdot 600 \text{ kN} + 9,5 \text{ m} \cdot 4,35 \cdot 60 \text{ kN/m} \\
 &\quad + \frac{3}{8} \cdot 5 \text{ m} \cdot 4,35 \cdot 60 \text{ kN/m} = \underline{\underline{11897 \text{ kN}}}
 \end{aligned}$$

$$N_{G,Ed} / N_{Ed} = \underline{\underline{0,7}} \quad (\text{s. o. : Berechnung von } E_{c, \text{eff}})$$

Stich der Vorverformung:

$$w_0 = l_{cr} / 200 = 4 \text{ m} / 200 = 0,02 \text{ m}$$

$$M_{Ed, \text{max}}^I = N_{Ed} \cdot w_0 = 16821 \text{ kN} \cdot 0,02 \text{ m} = \underline{\underline{336,4 \text{ kNm}}}$$

$$M_{Ed, \text{max}}^{II} = 336,4 \cdot \frac{1}{1 - N_{Ed} / N_{cr,y}} = \underline{\underline{356 \text{ kNm}}}$$

Nachweis:

$$\begin{aligned}
 M_{Ed, \text{max}}^{II} = 356 &< \underbrace{0,9}_{\alpha_m} \cdot 2960,6 \cdot \frac{22675 - 16821}{22675 - 5703} \\
 &= 919 \text{ kNm} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

1,06 → der Einfluss der Th. 2. O. ist hier wegen der großen kritischen Last  $N_{cr,y}$  sehr klein und dürfte auch vernachlässigt werden. Hier wird er berücksichtigt