

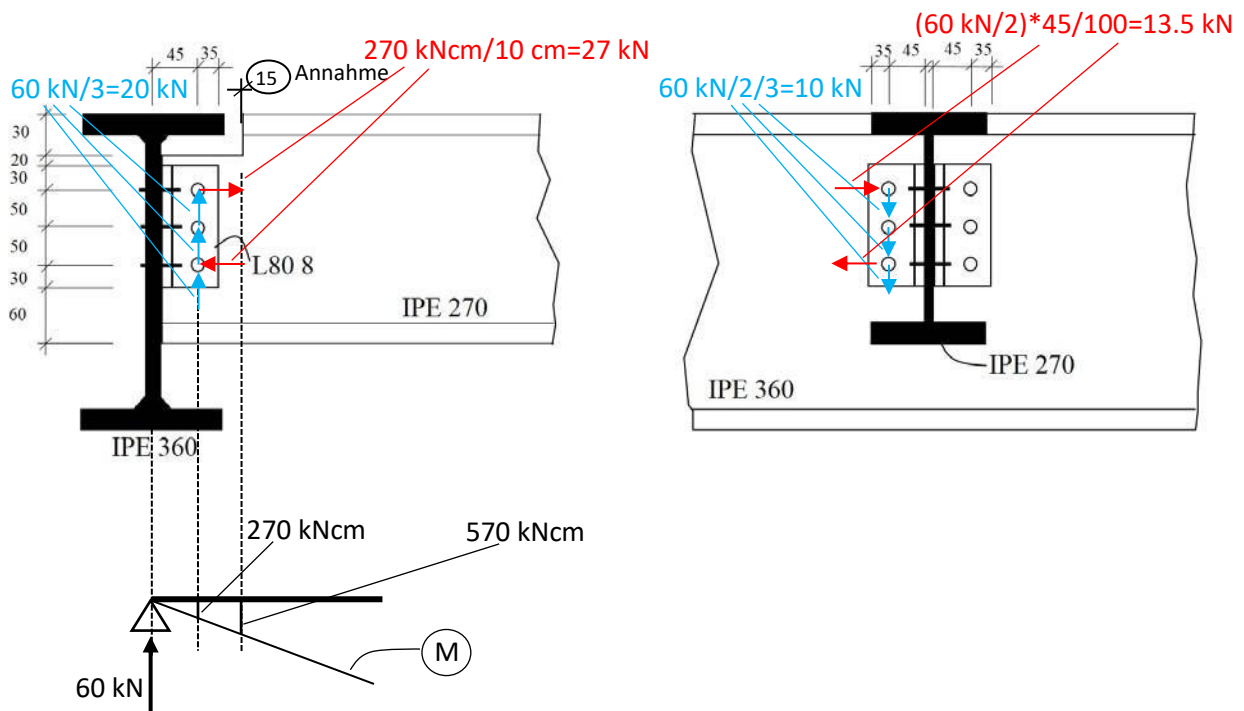
Musterlösung Aufgabe 1:

a) Versagensarten des Querschnitt (5 P)

- Abscheren der Schrauben am Nebenträger
- Abscheren der Schrauben am Hauptträger
- Lochleibung im Steg des Nebenträgers
- Lochleibung im Steg des Hauptträgers
- Lochleibung im Winkelprofil im Schenkel am Steg des Nebenträgers
- Lochleibung im Winkelprofil im Schenkel am Steg des Hauptträgers
- Versagen des geschwächten Nebenträgerquerschnittes am Ende der Ausklinkung

b) Nachweise

- Berechnung der Schraubenkräfte (10 P)



- Abscheren der Schrauben am Nebenträger: 2-schnittige Verbindung, beide Scherfugen im Schaft (Annahme), M16 4.6 (4 P)

Pro Scherfuge:

$$F_{V,Ed} = \frac{\sqrt{27^2 + 20^2}}{2} = 16.8 \text{ kN}$$

$$F_{V,Rd} = 38.6 \text{ kN} > F_{V,Ed}$$

- Abscheren der Schrauben am Hauptträger: 1-schnittige Verbindung, Scherfuge im Schaft (Annahme), M16 4.6 (3 P)

Diese Verbindung ist, im Unterschied zur Verbindung am Nebenträger, 1-schnittig; da aber die Schraubenkräfte hier genau doppelt so klein sind, ist die Ausnutzung der Schrauben auf Abscheren genauso hoch wie die der Schrauben am Nebenträger → Der Nachweis ist damit auch hier erfüllt.

- Lochleibung im Steg des Nebenträgers (5 P)

- horizontale Kraftkomponente

Randabstand in horizontaler Richtung: 40 mm (Annahme)

Stegdicke IPE270: $t_w = 6.6 \text{ mm}$

Grenzlochleibungskraft für $e_1 = 40 \text{ mm}$:

$$F_{b,Rd} = 85.3 \times 0.66 = 56.3 \text{ kN} > F_{V,Ed} = 27 \text{ kN}$$

- vertikale Kraftkomponente

Randabstand in vertikaler Richtung: 50 mm; Lochabstand in vertikaler Richtung: 50 mm

Stegdicke IPE270: $t_w = 6.6 \text{ mm}$

Grenzlochleibungskraft für $e_1 = 50 \text{ mm}$ und $p_1 = 50 \text{ mm}$:

$$F_{b,Rd} = 77.9 \times 0.66 = 51.4 \text{ kN} > F_{V,Ed} = 20 \text{ kN}$$

- Lochleibung im Steg des Hauptträgers: gegenüber der Lochleibung im Steg des Nebenträgers nicht maßgebend, da bei gleichen oder größeren Loch- und Randabständen der Steg dicker und die Schraubenkräfte geringer sind. (3P)

- Lochleibung im Winkelprofil (auf einen Winkelschenkel wirken am Steg des Nebenträgers und am Steg des Hauptträgers gleich große Kräfte) (5 P)

- horizontale Kraftkomponente

Grenzlochleibungskraft für $e_1 = 35 \text{ mm}$ und $t = 8 \text{ mm}$:

$$F_{b,Rd} = 74.7 \times 0.8 = 59.76 \text{ kN} > F_{V,Ed} = 13.5 \text{ kN}$$

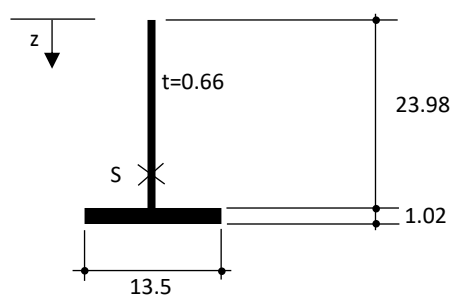
- vertikale Kraftkomponente

Grenzlochleibungskraft für $e_1 = 30 \text{ mm}$, $p_1 = 50 \text{ mm}$ und $t = 8 \text{ mm}$:

$$F_{b,Rd} = 64 \times 0.8 = 51.2 \text{ kN} > F_{V,Ed} = 10 \text{ kN}$$

- Versagen des geschwächten Nebenträgerquerschnitts am Ende der Ausklinkung (10 P)

Vereinfachend und auf der sicheren Seite wird beim betrachteten Querschnitt die Querschnittsfläche der Ausrundungen vernachlässigt. Damit ergibt sich folgender Querschnitt, der für $Q = 60 \text{ kN}$ und $M = 570 \text{ kNcm}$ nachzuweisen ist (Maße in cm):



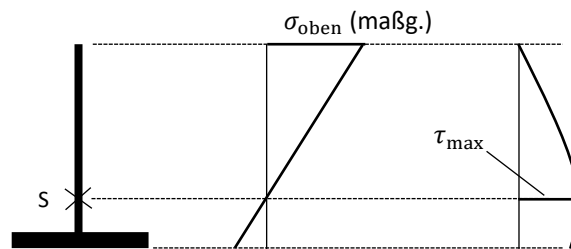
z-Koordinate des Schwerpunktes:

$$z_s = \frac{23.98 * 0.66 * \frac{23.98}{2} + 13.5 * 1.02 * (23.98 + \frac{1.02}{2})}{23.98 * 0.66 + 13.5 * 1.02} = 17.8 \text{ cm}$$

Hauptflächenträgheitsmoment um die starke Achse:

$$I_y = 23.98^3 * \frac{0.66}{12} + 1.02^3 * \frac{13.5}{12} + 23.98 * 0.66 * \left(17.8 - \frac{23.98}{2}\right)^2 + 13.5 * 1.02 * \left(25 - \frac{1.02}{2} - 17.8\right)^2 = 1183 \text{ cm}^4$$

Elastischer Spannungsnachweis:



$$|\sigma_{\text{oben}}| = \frac{570}{1183/(17.8)} = 8.6 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 23.5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{V \times S_{z,S}}{I_y * t_w} = \frac{60 \times (17.8^2 \times \frac{0.66}{2})}{1183 \times 0.66} = 8.03 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \frac{23.5}{\sqrt{3}} = 13.6 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Vergleichsspannung ist hier nicht maßgebend.

Musterlösung Aufgabe 2:

a) Schnittgrößen und Nachweis elastisch-elastisch nach Th. 2. O.

- Anzusetzende Stützenschiefstellung (in Richtung der wirkenden H-Kraft) (1.5 P)

$\varphi = \varphi_0 \times \alpha_h \times \alpha_m$, mit

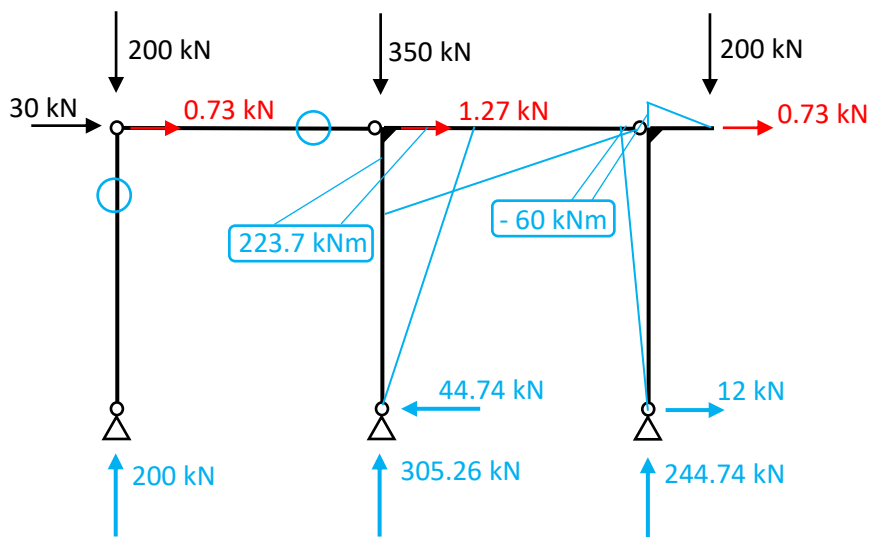
$\varphi_0 = 1/200$

$\alpha_h = 2/\sqrt{5} = 0.89$ (Abminderungsfaktor für die Tragwerkshöhe $h = 5$ m)

$\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \right)} = 0.82$ (Abminderungsfaktor für die Stützenanzahl $m = 3$: In diesem Fall werden alle 3 Stützen mitgezählt, da die Druckkraft in einer jeden 50 % des Mittelwerts übersteigt)

$\Rightarrow \varphi = 1/274$. Berücksichtigung durch Ansatz von Abtriebskräften $H_{i,Ed} = F_{i,Ed} \times \varphi$:

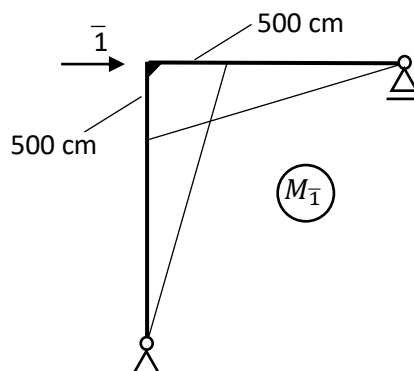
- System mit Belastung incl. Belastung aus Schiefstellung (in rot) und resultierenden Auflagerreaktionen und M-Verlauf (in blau) nach Theorie 1. Ordnung (7.5 P)



- Berechnung der horizontalen Auslenkung in Riegelhöhe nach Th. 1. O.

Im virtuellen Lastfall werden alle momentenfreie Stäbe aus der Betrachtung ausgeschlossen (da nur Biegeverformungen berücksichtigt werden), mit folgendem Ergebnis:

Hier dargestellt ist der Γ -förmige Teil des 3-Gelenkrahmens. Die gesamte horizontale Steifigkeit des Systems kommt von diesem Rahmen.



(2.5 P)

$$EIw_1 = 223700 \text{ kNcm} \times 500 \text{ cm} \times 500 \text{ cm} \times \frac{1}{3} \times 2$$

$$\Rightarrow w_1 = 7.05 \text{ cm},$$

(2 P)

mit $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$ und $I = 25170 \text{ cm}^4$

- Iterative Berechnung der horizontalen Verschiebung in Riegelhöhe nach Th. 2. O. (5 P)

Zusätzliche horizontale Abtriebskraft resultierend aus der Schiefstellung infolge $w_1 = 7.05 \text{ cm}$:

$$H_{w_1} = 750 \text{ kN} \times \frac{7.05}{500} = 10.6 \text{ kN}$$

Der M-Verlauf im System infolge H_{w_1} ist affin zu dem des oben betrachteten virtuellen Lastfalls, und hat ein Eckmoment von $10.6 \text{ kN} \times 5 \text{ m} = 53 \text{ kNm}$. Der M-Verlauf in dem für uns relevanten Γ -förmigen Teil des rechten 3-Gelenk Rahmens nach Th. 1. O., mit einem Eckmoment von 223.7 kNm (s. o.), war ebenfalls affin zu dem des virtuellen Lastfalls, und resultierte in eine horizontale Auslenkung von $w_1 = 7.05 \text{ cm}$. Mit dieser Information kann der Zuwachs der horizontalen Auslenkung infolge der Abtriebskraft H_{w_1} zu

$$\Delta w_1 = \frac{53 \text{ kNm}}{223.7 \text{ kNm}} \times w_1 = 1.67 \text{ cm}$$

berechnet werden.

Die Iteration wird nach dem gleichen Schema fortgesetzt:

$$H_{\Delta w_1} = 750 \text{ kN} \times \frac{1.67}{500} = 2.5 \text{ kN}$$

$$\Delta \Delta w_1 = \frac{2.5 \text{ kN} \times 5 \text{ m}}{223.7 \text{ kNm}} \times w_1 = 0.39 \text{ cm}$$

$$H_{\Delta \Delta w_1} = 750 \text{ kN} \times \frac{0.39}{500} = 0.6 \text{ kN}$$

$$\Delta \Delta \Delta w_1 = \frac{0.6 \text{ kN} \times 5 \text{ m}}{223.7 \text{ kNm}} \times w_1 = 0.09 \text{ cm}$$

An dieser Stelle kann die Iteration mit einem für baupraktische Zwecke ausreichend genauen Ergebnis abgebrochen werden. Der Zuwachs des für uns relevanten Rahmeneckmomentes nach Th. 2. O. beträgt:

$$\Delta M^{II} = (10.6 \text{ kN} + 2.5 \text{ kN} + 0.6 \text{ kN}) \times 5 \text{ m} = 68.4 \text{ kNm}$$

Wichtig ist, dass es nur im Γ -förmigen Teil des rechten 3-Gelenk Rahmens zu einem Momentenzuwachs kommt (die anderen Schnittgrößen in diesem Teil ändern sich zwar auch, ihre Änderung ist aber für den folgenden Nachweis, in dem der Momentenanteil bei weitem überwiegt, irrelevant).

Nachweisrelevant ist das obere Ende der mittleren Stütze. Der daran biegesteif anschließende Riegel hat zwar an seinem linken Ende das gleiche Biegemoment, aber eine deutlich geringere Normalkraft.

- Elastischer Spannungsnachweis am oberen Ende der mittleren Stütze (bei Stabilitätsnachweisen ist mit $\gamma_{M1} = 1.1$ zu rechnen): (1.5 P)

$$\sigma = \frac{305.26 \text{ kN}}{149 \text{ cm}^2} + \frac{(223.7 \text{ kNm} + 68.4 \text{ kNm}) \times 100 \text{ cm/m}}{1680 \text{ cm}^3} = 19.4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \frac{23.5 \text{ kN/cm}^2}{1.1}$$

b) Herleitung der Knicklänge des Systems (10 P)

Mit dem oben berechneten Momentenzuwachs nach Th. 2. O. kann der Vergrößerungsfaktor α berechnet werden:

$$\alpha = \frac{M^I + \Delta M^{II}}{M^I} = \frac{223.7 + 68.4}{223.7} = 1.31$$

Mit α kann nun der Verzweigungslastfaktor η_{Ki} berechnet werden:

$$\text{Aus } \alpha = \frac{1}{1 - \frac{1}{\eta_{Ki}}} \Rightarrow \eta_{Ki} = \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)^{-1} = 4.23$$

Die Knicklast der mittleren Stütze beträgt:

$$N_{Ki} = \eta_{Ki} \times N = 4.23 \times 305.26 = 1291.25 \text{ kN}$$

Mit N_{Ki} kann nun die Knicklänge berechnet werden:

$$N_{Ki} = \frac{\pi^2 EI}{s_k^2} \Rightarrow s_k = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{N_{Ki}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 5170 \text{ cm}^4}{1291.25 \text{ kN}}} = 2000 \text{ cm}$$

Die Knicklänge beträgt 20 m, d. h. der Knicklängenbeiwert ist $\beta = \frac{20 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 4$

- c) Im System gibt es außer der mittleren Stütze noch drei Stäbe unter Druck. Die untere Zeichnung zeigt neben der maßgebenden Knickfigur, für die allein alle obigen Betrachtungen gelten, drei andere Knickfiguren (jeweils für einen der besagten drei Druckstäbe), alle in der Zeichenebene: siehe Aufgabenstellung, laut der ein Knicken senkrecht zur Zeichenebene ausgeschlossen ist. (Zu beachten ist, dass ein gleichzeitiges Ausknicken in mehr als einer Knickfigur nicht möglich ist.)

Bei einem Vergleich der mittleren Stütze, deren Stabilität oben untersucht wurde, mit den drei anderen Druckstäben, mit jeweils in rot, blau und grün eingezeichneter Eigenform, stellt man Folgendes fest: Alle diese drei Stäbe haben, bei gleichem Querschnitt und Material, sowohl kleinere Knicklängen (bei jedem dieser drei Stäbe ist die Knicklänge gleich der Stablänge: 5 m), wie auch kleinere Druckkräfte und Biegemomente. Mit dieser Feststellung kann auf eine Betrachtung der drei besagten Druckstäbe verzichtet werden; sie sind durch den in a) geführten Nachweis abgedeckt. (15 P)

