

Modulprüfung SoSe 2022

Teil 2: Stahl- und Verbundtragwerke

Prüfungszeit 120 Minuten

Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Rutner

Institut für Metall- und Verbundbau

Hamburg, den 21. September 2022

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

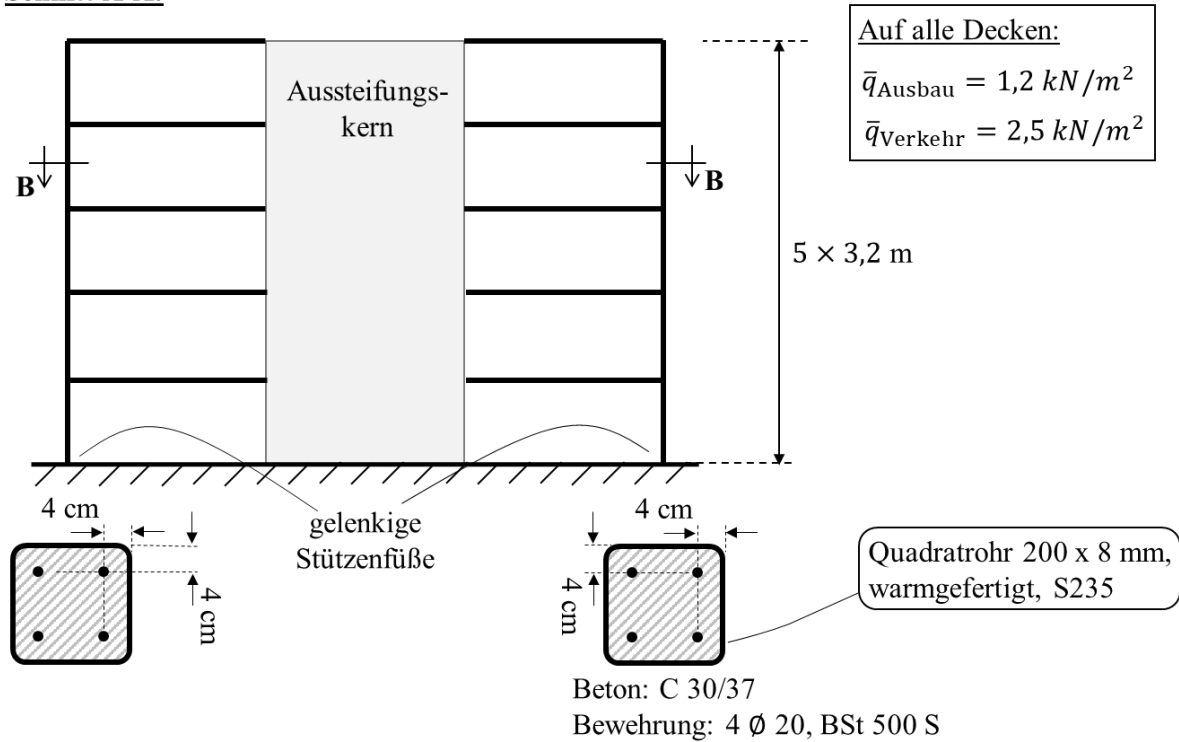
Berechnungsnorm: **DIN EN 1994**

Aufgabe	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1)	75	
2)	45	
Summe	120	
		Note:

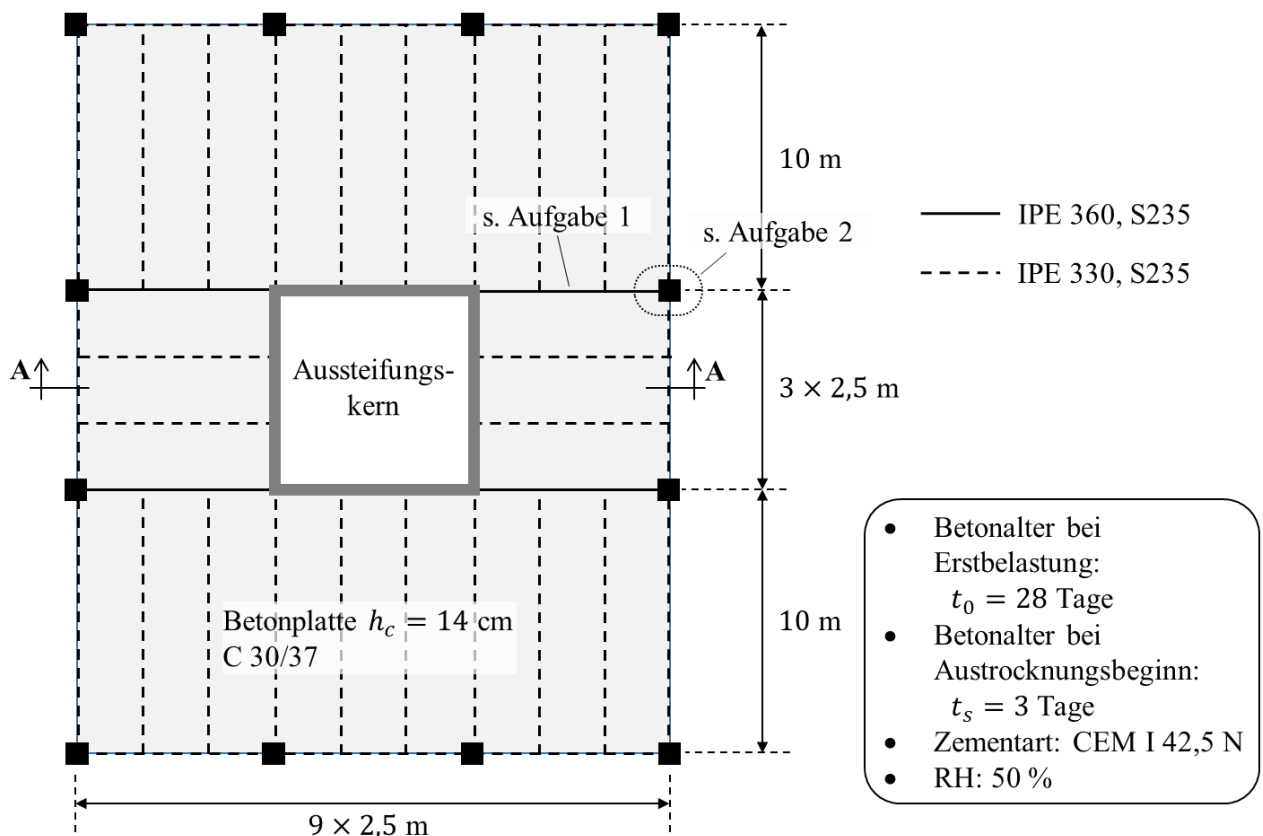
Bearbeitungshinweise:

- Alle Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Lösungen sind so darzustellen, dass der Lösungsweg lückenlos nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel sind zugelassen, jedoch keine elektronischen Geräte außer dem Taschenrechner.
- Das Mitführen von Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Schnitt A-A:



Schnitt B-B:



Gegeben ist das oben dargestellte 5-stöckige Gebäude, ausgesteift durch einen zentralen Kern. Alle Decken sind baugleich und bestehen jeweils aus einer Betonplatte, die über Kopfbolzendübel schubfest mit den darunterliegenden Stahlträgern verbunden ist. Die Eigenschaften der Betonplatte und die Profile der Stahlträger sind Schnitt B-B zu entnehmen. Außer ihr Eigengewicht trägt jede Decke eine ständige Flächenlast $\bar{q}_{\text{Ausbau}} = 1,2 \text{ kN/m}^2$ und eine veränderliche Flächenlast $\bar{q}_{\text{Verkehr}} = 2,5 \text{ kN/m}^2$ (s. Schnitt A-A). Die Herstellung der Decken erfolgt im Eigengewichtsverbund..

Aufgabe 1:

- Führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis für einen der vier Träger mit Stahlprofil IPE360 im Schnitt B-B.
- Wählen Sie für diesen Träger den Typ, die Anzahl und eine Anordnung der Kopfbolzendübel für eine Vollverdübelung.
- Mit welcher Überhöhung soll der o. g. Träger hergestellt werden, damit zum Zeitpunkt $t = \infty$ die Durchbiegung den Grenzwert von $L/250$ nicht überschreitet? Der ständige Anteil der Verkehrslast ist mit 60 % anzusetzen.

Hinweise:

- Die Stahlträger sind im Bau- und Endzustand ausreichend seitlich gehalten, sodass Biegedrillknicken ausgeschlossen werden kann.
- Bei der Berechnung können alle Träger als Einfeldträger betrachtet werden.
- Nicht gegebene Informationen sind, soweit für die Bearbeitung erforderlich, sinnvoll anzunehmen.

Aufgabe 2:

Führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis der im Schnitt B-B eingekreisten Verbundstütze für den Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$. Der im Schnitt A-A angegebene Stützenquerschnitt bleibt konstant über die gesamte Gebäudehöhe.

Hinweise:

- Die Stützenfüße können als gelenkig betrachtet werden.
- Bei der Berechnung der Betonquerschnittswerte dürfen die Ausrundungen an den Ecken des Stahlquadratrohrs vernachlässigt werden.
- Nicht gegebene Informationen sind, soweit für die Bearbeitung erforderlich, sinnvoll anzunehmen.

MUSTERLÖSUNG Stahl- und Verbundtragwerke SoSe 22

Aufgabe 1

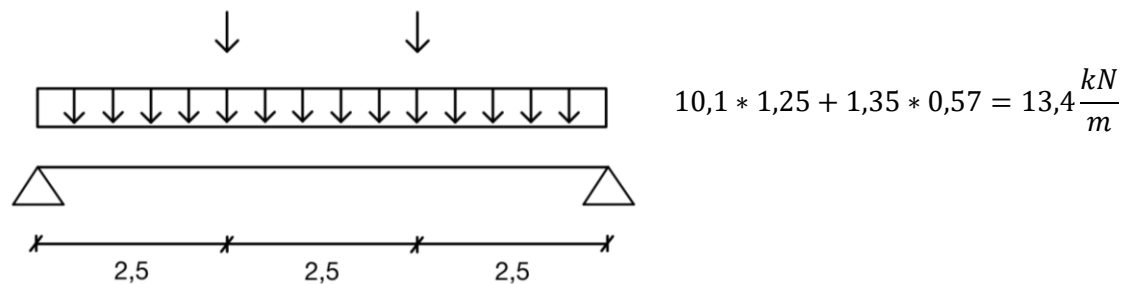
a)

Haupt- und Nebenträger sind alle als Einfeldträger ausgebildet. Alle Decken sind baugleich und stehen unter der gleichen Belastung, bestehend aus ihrem Eigengewicht, einer ständigen Flächenlast von $1,2 \text{ kN/m}^2$ und einer veränderlichen Flächenlast von $2,5 \text{ kN/m}^2$.

Bemessungsflächenlast ohne Stahlträger:

$$q_d = 1,35 * (0,14 * 25 + 1,2) + 1,5 * 2,5 = 10,1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$(10,1 * 2,5 + 1,35 * 0,49) * 5 = 129,5 \text{ kN}$$



Biegnachweis (in Feldmitte)

$$M_{max} = 129,5 * 2,5 + 13,4 * \frac{7,5^2}{8} = 323,75 + 94,2 = 418 \text{ kNm}$$

- Mitwirkende Breite

$$b_{eff} = \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{7,5}{8} = 1,875 \text{ m} \\ \frac{2,5}{2} + \frac{10}{2} = 6,25 \text{ m} \end{array} \right. \rightarrow b_{eff} = 1,875 \text{ m}$$

- Vollplastisches Moment

$$z_{pl} \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} = N_{pl,a} \rightarrow z_{pl} = \frac{N_{pl,a}}{f_{cd} \cdot b_{eff}} = \frac{72,7 * 23,5}{1,7 \cdot 187,5} = 5,36 \text{ cm}$$

$$M_{pl,Rd} = N_{pl,a} \cdot \left(\frac{h_a}{2} + h_c - \frac{z_{pl}}{2} \right) = \frac{1708,5}{100} \cdot \left(\frac{36}{2} + 14 - \frac{5,36}{2} \right) = 501 \text{ kNm}$$

$$M_{pl,Rd} = 501 \text{ kNm} > M_{max} = 418 \text{ kNm} \Rightarrow \text{Biegnachweis erfüllt}$$

Schubnachweis (am Auflager)

$$V_{Ed} = 129,5 + 13,4 * \frac{7,5}{2} = 180 \text{ kN} ; A_{v,z} = 35,1 \text{ cm}^2$$

$$V_{pl,zd} = \frac{23,5}{\sqrt{3}} * 35,1 = 476kN > V_{Ed} = 180kN$$

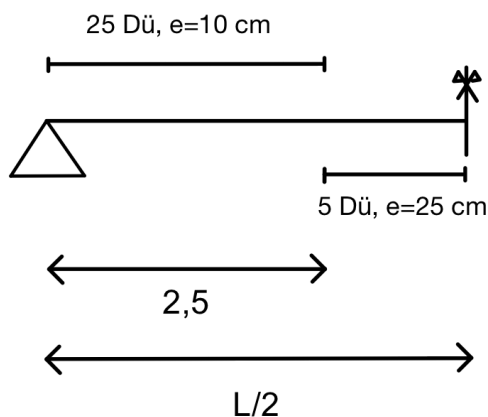
=> Schubnachweis erfüllt, keine V-M-Interaktion

b)
Kopfbolzendübel für eine Vollverdübelung:
Gew. Ø19, $f_u = 500MPa$, $P_{Rd} = 69,4kN$

erf. n pro Trägerhälfte: $n = \frac{N_{pl,a}}{P_{Rd}} = \frac{1708,5}{69,4} = 24,6 \sim 25$

Da 78% von M_{max} aus den Einzellasten resultieren, sind 78% von nur auf 2,5m vom Auflager zu verteilen. Die restlichen 22% von n sind gleichmäßig auf $\frac{L}{2} = 3,75m$ zu verteilen. Auf den ersten 2,5m sind dann insgesamt $(0,78 + 0,22 * \frac{2,5}{3,75}) * 25 = 23,2$ zu verteilen. Gewählt werden 25. Im Bereich von 2,5m bis Feldmitte sind nur $25 - 23,2 = 1,8$ Dübel erforderlich. Gewählt werden 5 Dübel.

Anordnung:



c)

Relevante Größen

- $E_{cm} = 3300 \frac{kN}{cm^2}$
- Endkriechzahl: $h_0 = h = 14cm$
 $\varphi(\omega, t_0 = 28\text{ Tage}) = 2,63 - (2,63 - 2,06) \cdot \frac{14 - 10}{50 - 14} = 2,6$
- Endschwindmaß: $h_0 = h = 14cm$
 $\varepsilon_{cs}(\omega, t_{\infty} = 3\text{ Tage}) = 0,47 \cdot 10^{-3}$

Biegesteifigkeiten EI_0, EI_p, EI_s

$$A_a = 72,7cm^2, E_a = 21000 \frac{kN}{cm^2}, I_a = 16270cm^4$$

$$A_c = 187,5 \cdot 14 = 2625 \text{ cm}^2, I_c = \frac{187,5 \cdot 14^3}{12} = 42875 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{36}{2} + \frac{14}{2} = 25 \text{ cm}$$

$$E_p = \frac{E_{cm}}{n_c} = \frac{3300}{1 + 1,1 \cdot 2,6} = 855 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s = \frac{E_{cm}}{n_c} = \frac{3300}{1 + 0,55 \cdot 2,6} = 1358 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$EI_o = 10^{-4} \cdot \left(21000 \cdot 23130 + 3300 \cdot 42875 \cdot \frac{21000 \cdot 72,7 \cdot 3300 \cdot 2625}{21000 \cdot 72,7 + 3300 \cdot 2625} \cdot 25^2 \right) \\ = 1,3 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$$

$$EI_p = 10^{-4} \cdot \left(21000 \cdot 23130 + 855 \cdot 42875 \cdot \frac{21000 \cdot 72,7 \cdot 855 \cdot 2625}{21000 \cdot 72,7 + 855 \cdot 2625} \cdot 25^2 \right) \\ = 9,5 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$$

$$EI_s = 10^{-4} \cdot \left(21000 \cdot 23130 + 1358 \cdot 42875 \cdot \frac{21000 \cdot 72,7 \cdot 1358 \cdot 2625}{21000 \cdot 72,7 + 1358 \cdot 2625} \cdot 25^2 \right) \\ = 1,1 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$$

Formel für die Durchbiegung in der Mitte infolge zweier Einzellasten der Größe F in den Drittels Punkten:

$$EI\delta = \left(\frac{L}{3} * \frac{1}{3} * \frac{FL}{3} * \frac{L}{6} + \frac{L}{6} * \frac{FL}{3} * \frac{L}{6} + \frac{1}{2} * \frac{L}{6} * \frac{FL}{3} * \frac{L}{12} \right) * 2 \\ \delta = \frac{23 * FL^3}{648 * EI}$$

- Belastung im GZG

$$F = [(4,7 + 0,6 * 2,5) * 2,5 + 0,49] * 5 \approx 80 \text{ kN}$$

$$q = 6,2 * 1,25 + 0,57 = 8,3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Durchbiegung bei $t = \infty$ unter quasi-ständiger Belastung:

$$f_{\omega}^{\text{quasi-ständig}} = \frac{23 * 80 * 7,5^3}{648 * 9,5 * 10^4} + \frac{5}{384} * 8,3 * 7,5^4 * \frac{1}{9,5 * 10^4} = 0,016 \text{ m}$$

- Beanspruchung aus Schwinden

$$N_{cs} = E_{cs} \cdot A_c \cdot E_s = 0,47 \cdot 10^{-3} * (125 + 500) * 14 * 1358 = 5584 \text{ kN}$$

$$a_{c,s} = \frac{E_a \cdot A_a}{E_a \cdot A_a + E_s \cdot A_c} \cdot a = \frac{21000 * 72,7}{21000 * 72,7 + 1358 * 2625} * 25 = 7,5 \text{ cm}$$

$$M_{cs} = N_{cs} \cdot a_{c,s} = 419 \text{ kNm}$$

$$f_{\omega}^{\text{schwind}} = \frac{M_{cs} \cdot L^2}{8EI_s} = \frac{419 * 7,5^2}{8 * 1,1 * 10^5} = 0,027 \text{ m}$$

$$f_{ges} = 1,6 + 2,7 = 4,3 \text{ cm}$$

$$f_{o,erf} = 4,3 - \frac{750}{250} = 1,3 \text{ cm}$$

Aufgabe 2

Bemessungsdruckkraft im Erdgeschoss der nachzuweisenden Stütze:

$$\text{Lasteinzugsfläche } A_{LE} = \frac{7,5+10}{2} * \frac{7,5}{2} = 32,8m$$

$$P = 32,8 * 1,35 * (0,14 * 25 + 1,2 + 0,2) + 32,8 * 1,5 * 2,5 = 217 + 123$$

$$N_{Ed} = 5P + 5 * 3,2m * q_{Stütze} = 5 * P_G + 5 * 3,2 * 1,35 * (0,48 + 0,2^2 * 25) + 5 * P_Q = 1117 \text{ kN} + 615 \text{ kN} = 1732 \text{ kN}$$

M-N Interaktionsdiagramm:

- Punkt A:

$$\begin{aligned} N_{pl,Rd} &= \frac{A_a \cdot f_{yd}}{\gamma_{M1}} + A_s \cdot f_{sd} + A_c \cdot f_{cd} \\ &= \frac{60,8 \cdot 23,5}{1,1} + 4 \cdot \pi \cdot \frac{50}{1,15} + (18,4^2 - 4 \cdot \pi) \frac{3}{1,5} \cdot 1,0 \\ &= 1299 + 546 + 652 = 2497 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\frac{N_{pl,A}}{N_{pl,Rd}} = 0,52 \begin{cases} > 0,2 \checkmark \\ < 0,9 \checkmark \end{cases}$$

- Punkt D:

$$N_a = N_s = 0$$

$$M_a = M_{pl,a} = W_{pl,a} \cdot f_{yd} = 436 \cdot \frac{21,36}{100} = 93 \text{ kNm}$$

$$M_s = 2 \cdot \pi \cdot (20 - 2,4) \cdot \frac{43,5}{100} = 32,6 \text{ kNm}$$

$$N_c = \frac{N_{c,Rd}}{2} = 326 \text{ kN}$$

$$M_c = W_{pl,c} \cdot \frac{f_{cd}}{2} = \left(\frac{18,4^3}{4} - 75,4 \right) \frac{2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{2} / 100 = 14,8 \text{ kNm}$$

$$M_D = 93 + 32,6 + 14,8 = 140,4 \text{ kNm}$$

- Punkt B:

Berechnung von x_0 : Annahme – PNA im Steg

$$x_0 = \frac{N_{c,Rd}/2}{2 \cdot t_w \cdot f_{yd} + b_c \cdot f_{cd}} = \frac{326}{2 \cdot 1,6 \cdot 21,36 + 18,4 \cdot 2} = 3,1 \text{ cm} < \frac{18,4 \text{ cm}}{2}$$

⇒ Annahme bestätigt

$$M_0 = x_0^2 \cdot t_w \cdot f_{yd} + x_0 \cdot b_c \cdot \frac{f_{cd}}{2} = (3,1^2 \cdot 1,6 \cdot 21,36 + 3,1 \cdot 18,4 \cdot \frac{2}{2}) / 100 = 5,1 \text{ kNm}$$

$$M_B = M_D - M_0 = 135,3 \text{ kNm} = M_{pl,Rd}$$

- Punkt C:

$$M_c = M_{pl,Rd} = 135,2 \text{ kNm}$$

$$N_c = N_{c,Rd} = 652 \text{ kN}$$

- Biegesteifigkeit der Stütze

$$E_{cm} = 3300 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (C30/37)}$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = 2 \cdot \frac{18,4^2 - 4,2}{4 \cdot 18,4} \approx 9 \text{ cm}$$

$$\varphi(\omega, t = 28 \text{ Tage}) = 2,63$$

φ darf mit dem Faktor 0,25 abgemindert werden, da der Beton voll umschlossen ist.

Hier wird auf der sicheren Seite mit $\varphi = 2,63$ ohne Abminderung gerechnet.

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \cdot \varphi} = \frac{3300}{1 + \frac{1117}{1732} \cdot 2,63} = 1224 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$(EI)_{eff,y,II} = 0,9 \cdot (E_a I_a + E_s I_s + 0,5 E_{c,eff} I_c) = 0,9 \cdot [21000 \cdot 3709 + 20000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 6^2 + 0,5 \cdot 1224 \cdot \left(\frac{18,4^4}{12} - 452\right)] = 8,3 \cdot 10^7 \text{ kNcm}^2$$

- Vorkrümmung:

$$w_o = \frac{s_k}{200} = \frac{320}{200} = 1,6 \text{ cm}$$

$$M_{Ed}^I = N_{Ed} \cdot w_o = 1732 \cdot 0,016 \text{ m} = 27,7 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot (EI)_{eff,y,II}}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 8,3 \cdot 10^7 \text{ kNcm}^2}{320^2} = 7992 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \eta_{ki} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} = \frac{7992}{1732} = 4,61$$

$$M_{Ed}^{II} = M_{Ed}^I \cdot \frac{1}{1 - 1/\eta_{ki}} = 27,7 \cdot \frac{1}{1 - 1/4,61} = 35,4 \text{ kNm}$$

$$M_{pl,N,Rd} = \left(1 - \frac{N_{Ed} - N_{c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{c,Rd}}\right) \cdot M_{pl,Rd} = \left(1 - \frac{1732 - 652}{2497 - 652}\right) \cdot 135,2 = 56 \text{ kNm}$$

Nachweis:

$$M_{Ed}^{II} / (\alpha_m M_{pl,N,Rd}) = \frac{35,4}{0,9 * 56} = 0,70 < 1 \checkmark$$