TUHH
Technische Universität Hamburg

Modulprüfung WS 2022-2023

Teil 2: Stahl- und Verbundtragwerke

Prüfungszeit 120 Minuten

Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Rutner

Institut für Metall- und Verbundbau

Hamburg, den 02. März 2023

Name: ______________________________

Vorname: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

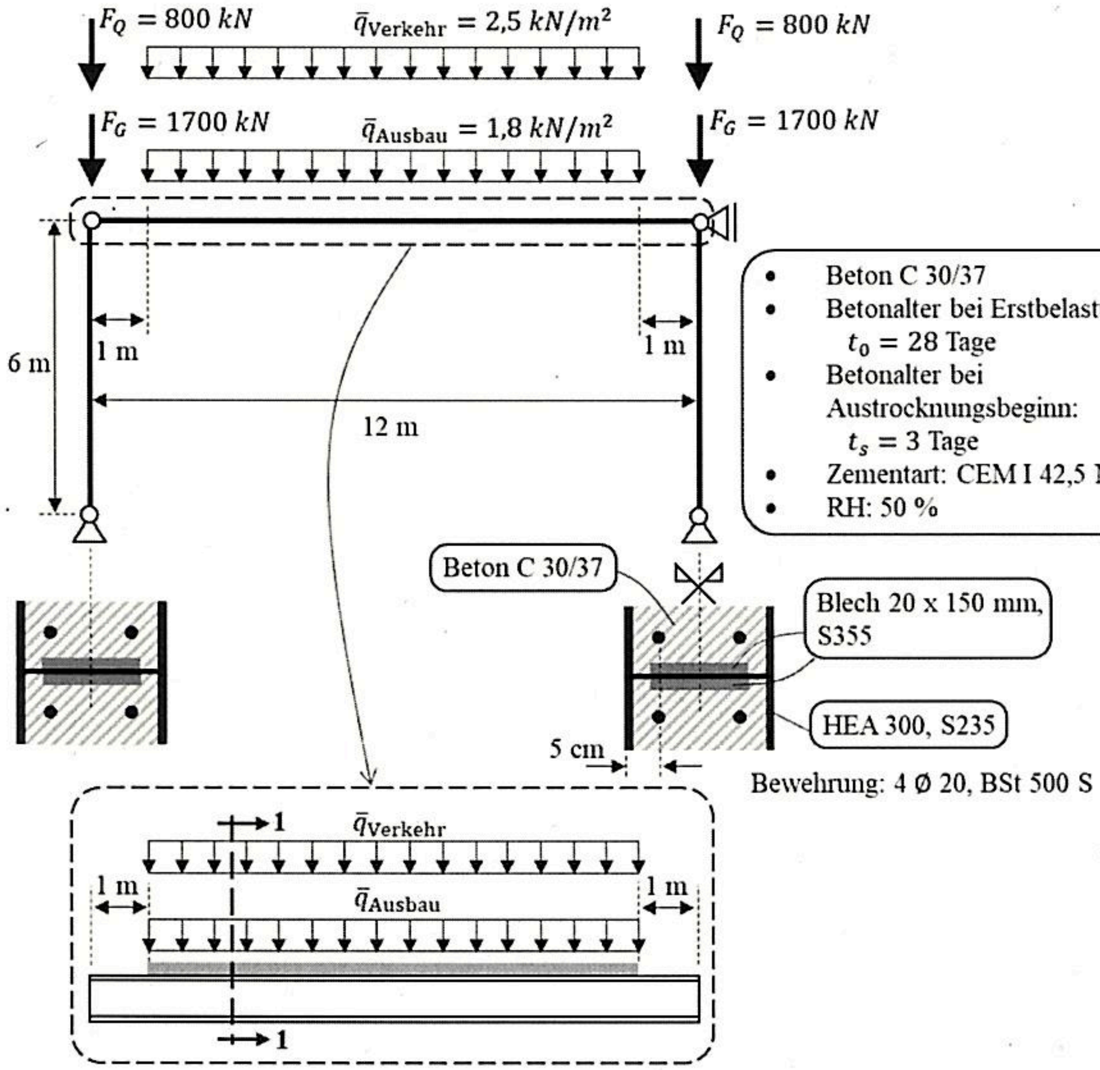
Berechnungsnorm: **DIN EN 1994**

Aufgabe	**Maximale Punktzahl**	**Erreichte Punktzahl**
1)	**80**	
2)	**40**	
Summe	**120**	
		Note:

Bearbeitungshinweise:

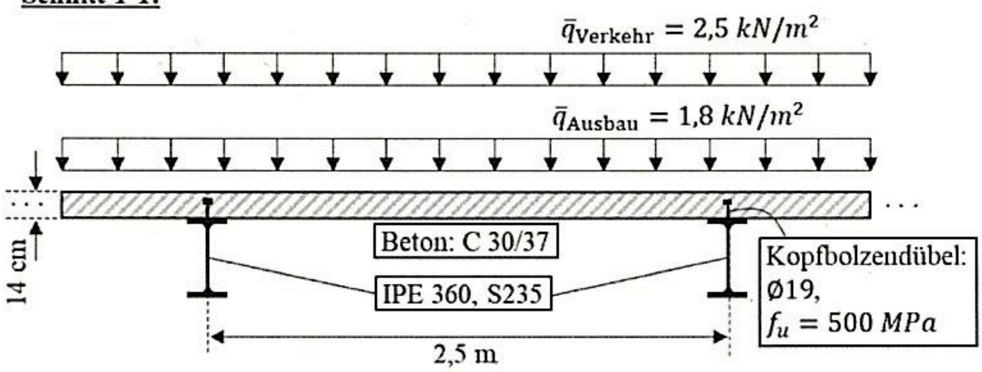
- Alle Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Lösungen sind so darzustellen, dass der Lösungsweg lückenlos nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel sind zugelassen, jedoch keine elektronischen Geräte außer dem Taschenrechner.
- Das Mitführen von Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Statisches System:



- Beton C 30/37
- Betonalter bei Erstbelastung: $t_0 = 28$ Tage
- Betonalter bei Austrocknungsbeginn: $t_s = 3$ Tage
- Zementart: CEM I 42,5 N
- RH: 50 %

Schnitt 1-1:



Gegeben ist das oben dargestellte statische System. Die Stahlträger stehen im Verbund mit der darauf liegenden Betonplatte und spannen als Einfeldträger über 12 m. Beachten Sie aber, dass die Betonplatte in einer Entfernung von jeweils 1 m von den Auflagern beginnt, so dass sich der Verbundquerschnitt nur über einen 10 m langen Bereich erstreckt. In diesem Bereich wirken auch die gegebenen Flächenlasten.

Die Herstellung erfolgt im Eigengewichtsverbund. Die Stahlträger sind im Bau- und Endzustand seitlich ausreichend gehalten, so dass Biegedrillknicken ausgeschlossen werden kann. Das Eigengewicht der Stahlträger darf in den Berechnungen vernachlässigt werden.

Aufgabe 1:

a) Führen Sie den Nachweis der Biege- und Schubtagfähigkeit eines Trägers an den möglichen maßgebenden Stellen. Beim Verbundquerschnitt ist von einer Vollverdübelung auszugehen.
b) Bestimmen Sie die erforderliche Anzahl von Kopfbolzendübeln für eine Vollverdübelung. Die zu verwendenden Kopfbolzendübel sind in der Skizze angegeben.
c) Zusatzfrage: Eine der Bedingungen nach EC 4 für eine äquidistante Dübelanordnung über die Trägerlänge ist, dass die vollplastische Momententragfähigkeit des Verbundquerschnittes den 2,5-fachen Wert der vollplastischen Momententragfähigkeit des Baustahlquerschnittes nicht überschreitet. Ist diese Bedingung im vorliegenden Fall ohne Weiteres anwendbar? Begründen Sie Ihre Antwort (keine Berechnung notwendig).
d) Bestimmen Sie die Trägerdurchbiegung in Feldmitte zum Zeitpunkt $t \to \infty$ und legen Sie eine Trägerüberhöhung fest. Der ständige Anteil der Verkehrslast ist mit 60 % anzusetzen.

Aufgabe 2:

Erstellen Sie das $N - M_y$ Interaktionsdiagramm für den gegebenen Verbundstützenquerschnitt und führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis der Stütze für den Zeitpunkt $t \to \infty$.

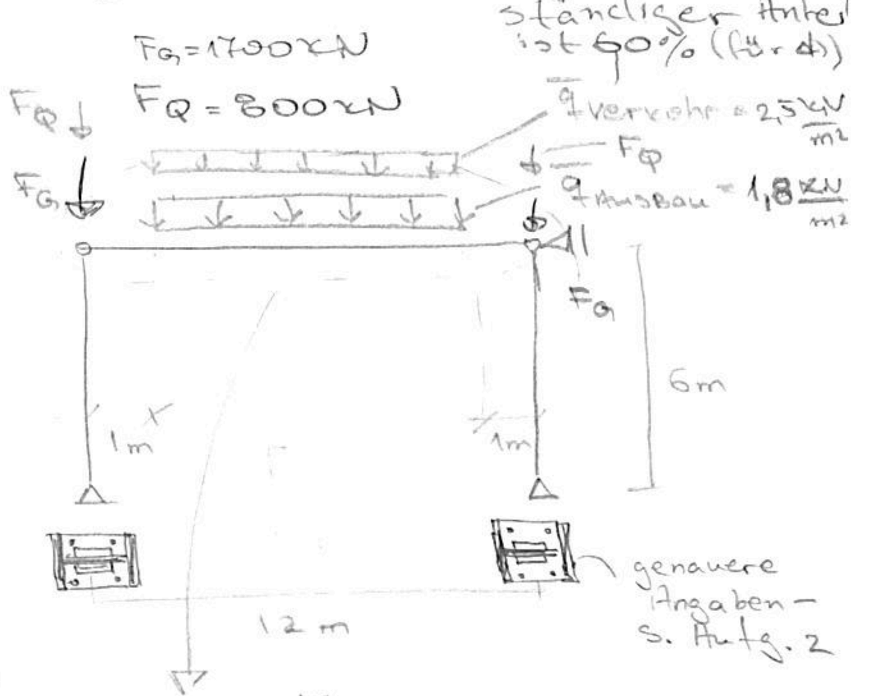
Hinweise:

- *Ein Ausweichen der Stützen aus der Zeichenebene heraus ist ausgeschlossen.*

Aufgabe 1: (80 P)

a) Nachweis des Verbundträgers:

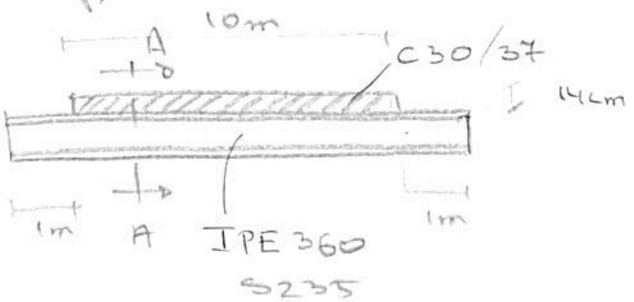
- Berechnung von M_{pl} in Feldmitte unter Annahme einer Vollverdübelung:



$b_{eff} = \min \begin{cases} 2{,}5\,m \\ 2 \cdot 10 / 8 = \underline{2{,}5\,m} \end{cases}$

Für L_e wird hier nur die Trägerlänge mit Verbundquerschnitt angesetzt.

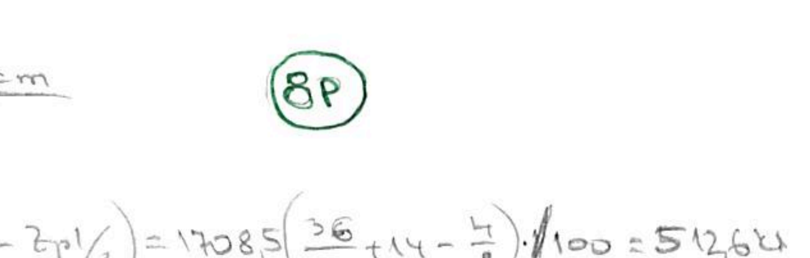
(4P)



$N_{pl,a} = 72{,}7 \cdot 23{,}5 = 1708{,}5\,kN$

Schnitt A – A:

$N_{pl,c} = 250 \cdot 14 \cdot 0{,}85 \cdot \underbrace{\frac{3}{1{,}5}}_{1{,}7 = f_{cd}} = 5950\,kN$



⇒ PNA im ~~Beton~~:

$z_{pl} = \frac{N_{pl,a}}{b_{eff} \cdot f_{cd}} = \frac{1708{,}5}{250 \cdot 1{,}7} \approx \underline{4\,cm}$

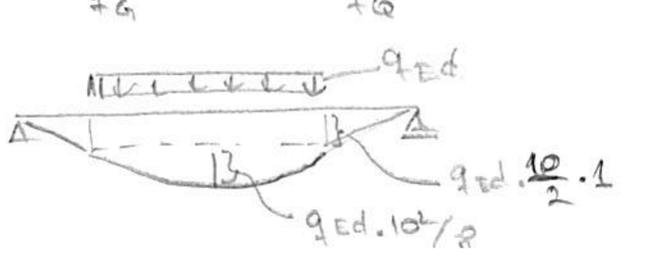
(8P)

$\Rightarrow M_{pl,Rd}(\eta = 1) = N_{pl,a}\left(\frac{h_a}{2} + h_c - z_{pl}/2\right) = 1708{,}5\left(\frac{36}{2} + 14 - \frac{4}{2}\right) \cdot 1/100 = \underline{512{,}6\,kNm}$

- Bemessungsstreckenlast pro Träger: (12P) – incl. Nachweise (s. nächste Seite)

$q_{Ed} = (0{,}14 \cdot 25 + 1{,}8) \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}35 + 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}5 = \underbrace{13{,}25}_{q_G} \cdot 1{,}35 + \underbrace{6{,}25}_{q_Q} \cdot 1{,}5 = 27{,}3\,kN/m$

$M_{Feldmitte} = q_{Ed}\left(\frac{10}{2} \cdot 1 + \frac{10^2}{8}\right) = 477{,}8\,kNm$



$M(x = 1m) = q_{Ed} \cdot \frac{10m}{2} \cdot 1m = 136{,}5\,kNm$

$V_{Ed}(x = 1m) = q_{Ed} \cdot 10/2 = 136{,}5\,kN$

Aufgabe 1:

- Biegenachweis im Feldmitte:

$M_{Ed} / M_{pl,Rd(\eta=1)} = 4778/5126 = 0{,}93 < 1$ ✓

- Biegenachweis im Stahlträger am Anfang des Verbundquerschnittes (x = 1 m)

$M_{Ed} / M_{pl,a} = 136{,}5 / (23{,}5 \cdot 1019/100) = 0{,}57 < 1$ ✓

$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} = \frac{136{,}5}{35{,}1 \cdot 23{,}5/\sqrt{3}} = 0{,}29 < 0{,}5 \Rightarrow$ V_{Ed} darf bei der Bestimmung von M_{pl} vernachlässigt werden

b) Anzahl der erforderlichen KB-Dübel für eine Vollverdübelung:

Dü ϕ 19, $f_u = 500$ MPa (vorgeben) 5P

$\Rightarrow P_{Rd} = 69{,}4$ kN

erf. $n = \frac{N_a}{P_{Rd}} = \frac{N_{pl,a}}{P_{Rd}} = \frac{1708{,}5}{69{,}4} = 24{,}6 \Rightarrow$ gew. n = 25

<u>Zusatzfrage</u>: Eine der Bedingungen nach EC 4 für eine äquidistante Dübelanordnung ist, dass die vollplastische Momententragfähigkeit des Verbundquerschnittes den 2,5-fachen Wert der vollplast. M-Tragfähigkeit des Baustahlquerschnittes nicht überschreitet. Ist diese Bedingung im vorliegenden Fall anwendbar? Begründen Sie Ihre Antwort (keine Berechnung notwendig). 7P

Antwort: Nein, weil das Moment an den Enden des 10m-langen Verbundträgers nicht Null ist. Der besagten Regel liegt aber ein Einfeldträger unter Gleichstreckenlast zugrunde

Aufgabe 1

c) Nachweis im GZG:

Relevante Größen:

- $E_{cm} = 3300$ kN/cm²
- Endkriechzahl für $h_0 = h = 14$ cm

$\varphi_\infty (t_0 = 28\,d) = 2{,}6$ – interpoliert (2,5 P)

- Endschwindmaß für $h_0 = h = 14$ cm

$\varepsilon_{cs,\infty}(t_s = 3\,d) = 0{,}52 \cdot 10^{-3}$ – interpoliert (2,5 P)

- Biegesteifigkeiten EI_p und EI_s:

$A_a = 72{,}7$ cm²

$I_a = 16270$ cm⁴

$A_c = 14 \cdot 250 = 3500$ cm²

$I_c = 14^3 \cdot 250/12 = 57\,167$ cm⁴

$a = \frac{14}{2} + \frac{36}{2} = 25$ cm

$E_p = \frac{3300}{1+1{,}1 \cdot 2{,}6} = 855$ kN/cm²

$E_s = \frac{3300}{1+0{,}55 \cdot 2{,}6} = 1358$ kN/cm²

$$\begin{matrix} EI_s \\ EI_p \end{matrix} = 10^{-4} \cdot \left(21000 \cdot 16270 + \overset{1358}{855} \cdot 57167 + \frac{21000 \cdot 72{,}7 \cdot \overset{1358}{855} \cdot 3500}{21000 \cdot 72{,}7 + \underset{1358}{855} \cdot 3500} \cdot 25^2 \right)$$

$$= \begin{matrix} 114\,150 \text{ kNm}^2 \text{ (4P)} \\ 102\,238 \text{ kNm}^2 \text{ (4P)} \end{matrix}$$

$E_a I_a = 10^{-4} \cdot 21000 \cdot 16270 = \underline{34\,167 \text{ kNm}^2}$ (2P)

Aufgabe 1

• Beanspruchung aus Schwinden:

(2P)

$N_{cs} = \varepsilon_{cs} \cdot A_c \cdot E_s = 0{,}52 \cdot 10^{-3} \cdot 3500 \cdot 1358 = 2470 \text{ kN}$

$a_{c,s} = \frac{E_a \cdot A_a}{E_a \cdot A_a + E_s \cdot A_c} \cdot a = \frac{21000 \cdot 72{,}7}{21000 \cdot 72{,}7 + 1358 \cdot 3500} \cdot 25 = \underline{6{,}1 \text{ cm}}$

(4P)

$M_{cs} = N_{cs} \cdot a_{cs} = 2470 \cdot 0{,}061 = \underline{150 \text{ kNm}}$ (2P)

• Berechnung der Durchbiegungsanteile:

(3P)

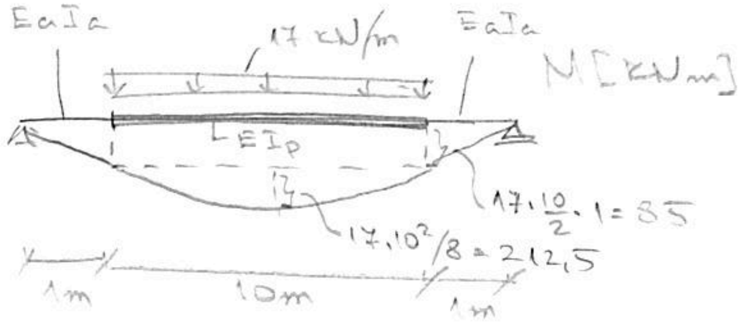
→ $q_{quasiständig} = q_G + 0{,}6 \cdot q_Q = 13{,}25 + 0{,}6 \cdot 6{,}25 = \underline{17 \text{ kN/m}}$

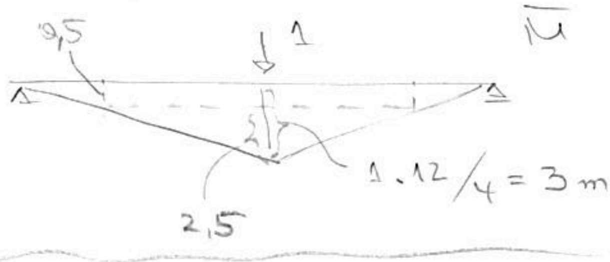
$f_\infty = \frac{1}{34167} \cdot \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 85 \cdot 1\text{m} \cdot 2$

$+ \frac{10\text{m}}{102238} \cdot \Big[85 \cdot 0{,}5 \cdot 1 + 85 \cdot 2{,}5 \cdot \frac{1}{2} +$

$+ 212{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{2}{3} + 212{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot \frac{5}{12} \Big] =$

$= 0{,}044 \text{ m} = \underline{4{,}4 \text{ cm}}$ (10P)

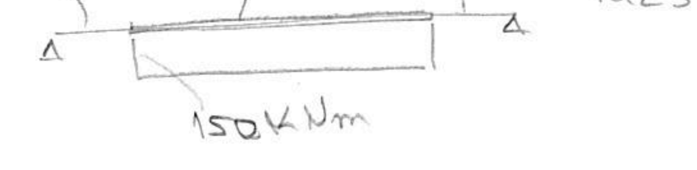




→ aus Schwinden:

$f_{s,\infty} = \frac{10\text{m}}{114150} \cdot \left(0{,}5 \cdot 150 \cdot 1 + 2{,}5 \cdot 150 \cdot \frac{1}{2}\right)$

$= \underline{2{,}3 \text{ cm}}$ (5P)

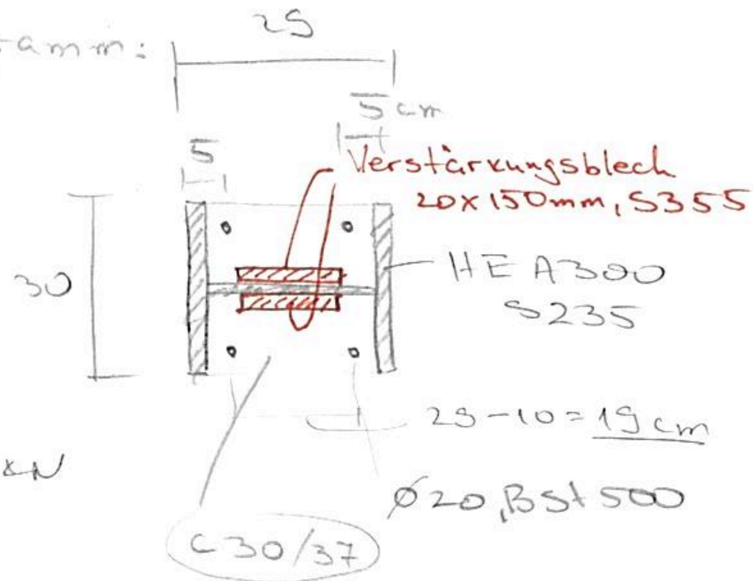


$f_\infty + f_{s,\infty} = 4{,}4 + 2{,}3 = \underline{6{,}7 \text{ cm}}$ $\quad \frac{L}{250} = 4{,}8 \text{ cm}$ (3P)

⇒ gewählte Überhöhung: $f_0 = 3 \text{ cm} \Rightarrow 6{,}7 - 3 = 3{,}7 < 4{,}8$ ✓

Aufgabe 2 (40 P)

M_y-N-Interaktionsdiagramm:



• Punkt A:

$M = 0$

$$N_{pl,Rd} = \underbrace{112 \cdot \frac{23{,}5}{1{,}1} + 2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot \frac{35{,}5}{1{,}1}}_{N_{pl,a} = 4329\ kN}$$

$$+ \underbrace{4 \cdot \pi \cdot 43{,}5}_{N_{pl,s} = 547\ kN} + \underbrace{\underbrace{(25 \cdot 30 - 112 - 2 \cdot 2 \cdot 15 - 4\pi)}_{A_c = 685\ cm^2} \cdot \frac{3 \cdot 0{,}85}{\frac{1{,}5}{1{,}7}}}_{N_{c,Rd} = 1165\ kN} = \underline{\underline{6041\ kN}}$$

$$\frac{N_{pl,a}}{N_{pl,Rd}} = \frac{4329}{6041} = 0{,}72 \begin{cases} > 0{,}2 \ ✓ \\ < 0{,}9 \ ✓ \end{cases}$$

6P

• Punkt D

$$M_a = M_{pl,a} = \left(1383 \cdot \frac{23{,}5}{1{,}1} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{15^2}{4} \cdot \frac{35{,}5}{1{,}1}\right) / 100 = \underline{368\ kNm}$$

$$M_s = M_{pl,s} = 2 \cdot \pi \cdot 43{,}5 \cdot 19 / 100 = 52\ kNm$$

$$M_c = W_{pl,c} \cdot \frac{f_{cd}}{2} = \underbrace{\left(\frac{25^2 \cdot 30}{4} - 1383 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{15^2}{4} - 2 \cdot \pi \cdot 19\right)}_{W_{pl,c} = 4580\ cm^3} \cdot \frac{1{,}7}{2} / 100 = \underline{\underline{39\ kNm}}$$

$$\Rightarrow N_D = N_a + N_s + N_c = 0 + 0 + N_{c,Rd}/2 = \underline{\underline{582{,}5\ kN}}$$

$$M_D = M_a + M_s + M_c = 368 + 52 + 78 = \underline{\underline{459\ kNm}}$$

6P

Aufgabe 2:

• Punkt B:

$N_B = 0$

Berechnung von x_0: Annahme - PNA im Bereich der Verstärkungsbleche

$$x_0 = \frac{N_{c,Rd}/2}{2t_w \cdot f_{yd} + (b_c - t_w) \cdot f_{cd}} = \frac{582{,}5}{2 \cdot \left(0{,}85 \cdot \frac{23{,}5}{1{,}1} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{35{,}5}{1{,}1}\right) + (30-4{,}85) \cdot 1{,}7}$$

in unserem Fall besteht der "Steg" aus 3 Blechen, die hier mit ihren jeweiligen Dicken und Streckgrenzen einzusetzen sind

$= 1{,}7 \text{ cm} < \frac{15}{2}$

=> PNA im Bereich der Verstärkungsbleche ✓

$$M_0 = x_0^2 \cdot t_w \cdot f_{yd} + x_0^2 \cdot (b_c - t_w) \cdot f_{cd}/2$$

10P

$$= 1{,}7^2 \left[0{,}85 \cdot \frac{23{,}5}{1{,}1} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{35{,}5}{1{,}1} + (30-4{,}85) \cdot 1{,}7/2 \right] / 100 = \underline{\underline{4{,}9 \text{ kNm}}}$$

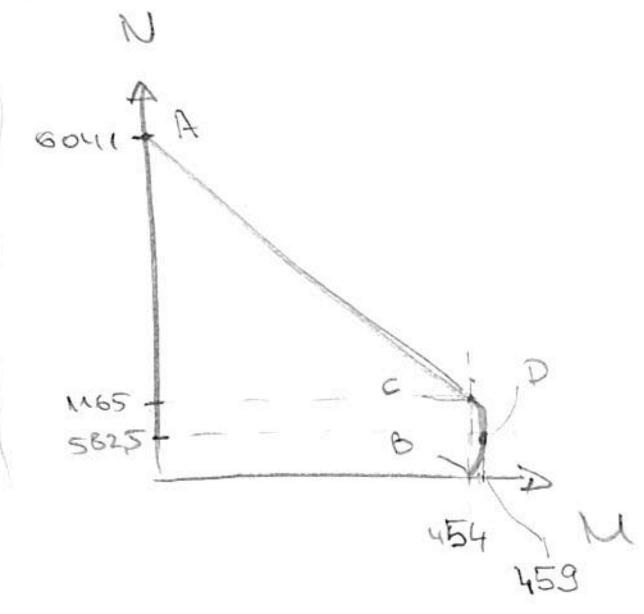
$M_B = M_D - M_0 = 459 - 4{,}9 \approx \cancel{454}\ 454 \text{ kNm}$

• Punkt C:

$M_C = M_B = 454 \text{ kNm}$

$N_C = N_{c,Rd} = 1165 \text{ kN}$

2P



Aufgabe 2

- Biegesteifigkeit

$E_{cm} = 3300 \ kN/cm^2$

$\varphi_\infty (t_0 = 28d) \approx 2{,}5$ – interpoliert

für $h_0 = \frac{2 A_c}{u} = \frac{2 \cdot 685}{2 \cdot 29 + 0{,}5 \cdot 30} \approx \underline{19 \ cm}$

$$N_{Ed} = \underbrace{1{,}35 \left(1700 + 13{,}25 \cdot 10/2\right)}_{N_{G,Ed} = 2384} + 1{,}5 \cdot \left(800 + 6{,}25 \cdot 10/2\right) = \underline{3631} \ kN$$

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \cdot \varphi} = 3300 \frac{1}{1 + \frac{2384}{3631} \cdot 2{,}5} \approx 1250 \ \frac{kN}{cm^2}$$

3P

$$(EI)_{eff,y,II} = 0{,}9 \left(E_a I_a + E_s I_s + 0{,}5 \ E_{c,eff} \cdot I_c \right)$$

$$= 0{,}9 \cdot \left[21000 \cdot \underbrace{\left(18260 + 2 \cdot 2 \cdot 15^3/12\right)}_{19385} + 20000 \cdot \underbrace{4 \pi \cdot 9{,}5^2}_{1134} + 0{,}5 \cdot 1250 \cdot \left(\frac{29^3 \cdot 30}{12} - 20519 \right) \right]$$

$$= 4{,}1 \cdot 10^8 \ kNcm^2$$

3P

- Vorkrümmung:

$w_0 = \frac{L}{200} = \frac{600}{200} = 3 \ cm$

2P

$$M^I_{Ed} = N_{Ed} \cdot w_0 = 3631 \cdot 0{,}03 = \underline{109 \ kNm}$$

Aufgabe 2

Vergrößerung nach Theorie 2. O.:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff,y,II}}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 4{,}1 \cdot 10^8}{600^2} = \underline{11240 \text{ kN}}$$

$$\eta_{ki} = N_{cr} / N_{Ed} = 11240 / 3631 = 3{,}1$$

$$M_{Ed}^{II} = M_{Ed}^{I} \frac{1}{1 - 1/\eta_{ki}} = 109 \cdot \frac{1}{1-1/3{,}1} = \underline{161 \text{ kNm}}$$ 6P

$$M_{pl,N,Rd} = \left(1 - \frac{N_{Ed} - N_{c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{c,Rd}}\right) \cdot M_{pl,Rd} = \left(1 - \frac{2466}{4876}\right) \cdot 454 = \underline{224 \text{ kNm}}$$

Nachweis:

$$M_{Ed}^{II} / (\alpha_m \cdot M_{pl,N,Rd}) = 161 / (0{,}9 \cdot 224) = 0{,}8 < 1$$ ✓ 2P